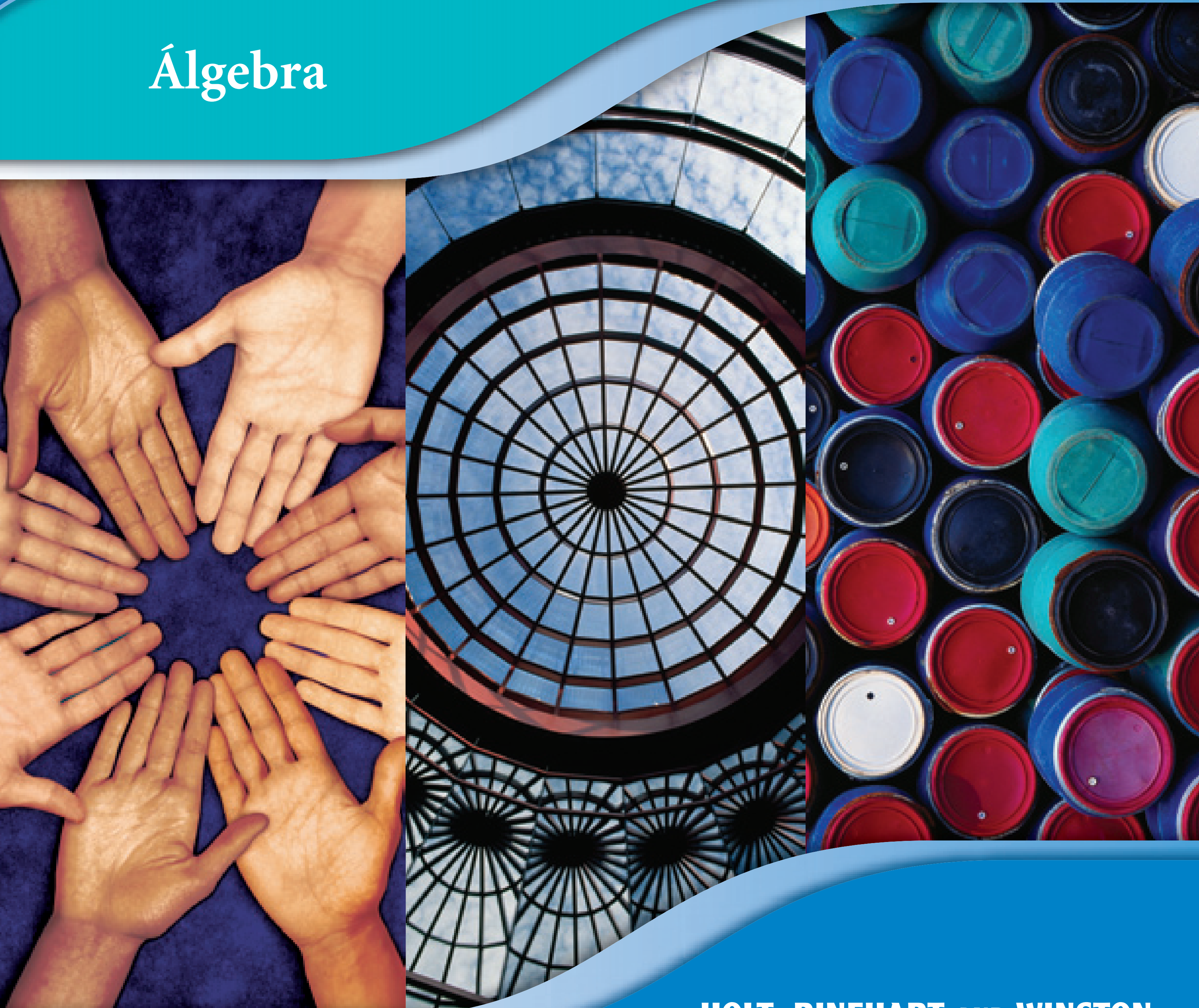
BRITANNICA
Las matemáticas en contexto

Operaciones

Álgebra



HOLT, RINEHART AND WINSTON

Las matemáticas en contexto es un currículo exhaustivo para los grados intermedios. Se desarrolló entre 1991 y 1997 en colaboración con el Wisconsin Center for Education Research (Centro de Investigación Educativa de Wisconsin), Facultad de Educación, de la Universidad de Wisconsin-Madison, y el Freudenthal Institute (Instituto Freudenthal), de la Universidad de Utrecht, Países Bajos, con el apoyo del subsidio n.º 9054928 de la National Science Foundation (Fundación Nacional para las Ciencias).

La revisión curricular se realizó entre los años 2003 y 2005, con el apoyo del subsidio n.º ESI 0137414 de la National Science Foundation.

National Science Foundation
Las opiniones expresadas pertenecen a los autores
y no reflejan necesariamente las de la Fundación.

Abels, M., Wijers, M., Kindt, M., Dekker, T., Burrill, G., Simon, A. N. y Cole, B. R. (2006). *Operaciones.* Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Las matemáticas en contexto.* Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.

Copyright © 2006 Encyclopædia Britannica, Inc.

Reservados todos los derechos.
Impreso en los Estados Unidos de América.

Este trabajo está protegido por las actuales leyes estadounidenses de propiedad intelectual, que rigen también su uso público, su presentación y otros usos aplicables. Queda prohibido cualquier uso no autorizado por la ley de propiedad intelectual de los Estados Unidos sin nuestro expreso consentimiento escrito, que incluye, aunque no exclusivamente, su copia, adaptación y transmisión televisiva o por otros medios o procesos. Para obtener mayor información con respecto a una licencia, escriba a Encyclopædia Britannica, Inc., 331 N. LaSalle St., Chicago, IL 60610.

ISBN 0-03-093049-9

1 2 3 4 5 6 073 09 08 07 06

Equipo de desarrollo de *Las matemáticas en contexto*

Desarrollo 1991–1997

Mieke Abels y Monica Wijers desarrollaron la primera versión de *Operaciones*. La adaptación para su uso en las escuelas estadounidenses es de Gail Burrill, Aaron N. Simon y Beth R. Cole.

Wisconsin Center for Education

Personal de investigación

Thomas A. Romberg
Director

Joan Daniels Pedro
Asistente del Director

Gail Burrill
Coordinadora

Margaret R. Meyer
Coordinadora

Personal del proyecto

Jonathan Brendefur
Laura Brinker
James Browne
Jack Burrill
Rose Byrd
Peter Christiansen
Barbara Clarke
Doug Clarke
Beth R. Cole
Fae Dremock
Mary Ann Fix
Sherian Foster
James A, Middleton
Jasmina Milinkovic
Margaret A. Pligge
Mary C. Shafer
Julia A. Shew
Aaron N. Simon
Marvin Smith
Stephanie Z. Smith
Mary S. Spence

Personal del Freudenthal Institute

Jan de Lange
Director

Els Feijs
Coordinadora

Martin van Reeuwijk
Coordinador

Mieke Abels
Nina Boswinkel
Frans van Galen
Koeno Gravemeijer
Marja van den Heuvel-Panhuizen
Jan Auke de Jong
Vincent Jonker
Ronald Keijzer
Martin Kindt
Jansie Niehaus
Nanda Querelle
Anton Roodhardt
Leen Streefland
Adri Treffers
Monica Wijers
Astrid de Wild

Revisión 2003–2005

Truus Dekker desarrolló la versión revisada de *Operaciones*. La adaptación para su uso en las escuelas estadounidenses es de Gail Burril.

Wisconsin Center for Education

Personal de investigación

Thomas A. Romberg
Director

David C. Webb
Coordinador

Gail Burrill
Coordinadora editorial

Margaret A. Pligge
Coordinadora editorial

Personal del proyecto

Sarah Ailts
Beth R. Cole
Erin Hazlett
Teri Hedges
Karen Hoiberg
Carrie Johnson
Jean Krusi
Elaine McGrath
Margaret R. Meyer
Anne Park
Bryna Rappaport
Kathleen A. Steele
Ana C. Stephens
Cyace Ulmer
Jill Vettrus

Personal del Freudenthal Institute

Jan de Lange
Director

Truus Dekker
Coordinadora

Mieke Abels
Coordinadora del contenido

Monica Wijers
Coordinadora del contenido

Arthur Bakker
Peter Boon
Els Feijs
Dédé de Haan
Martin Kindt
Nathalie Kuijpers
Huub Nilwik
Sonia Palha
Nya Querelle
Martin van Reeuwijk

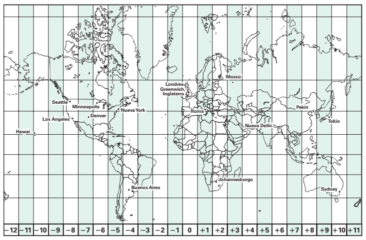
(c) 2006 Encyclopædia Britannica, Inc. ***Las matemáticas en contexto*** **y el logotipo de Las matemáticas en contexto son marcas registradas de Encyclopædia Britannica, Inc.**

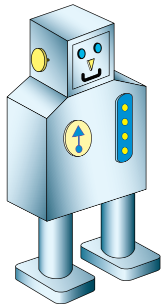
Créditos de las fotografías de la portada: (de izquierda a derecha) © Getty Images; © John McAnulty/Corbis; © Corbis

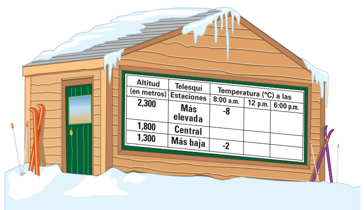
Ilustraciones
1, 2 Holly Cooper-Olds; **6–8, 12, 16–18, 31, 32, 44, 46** Christine McCabe/ © Encyclopædia Britannica, Inc.

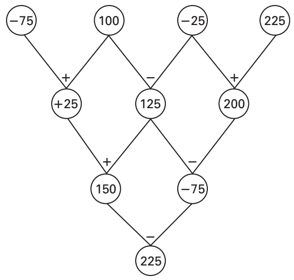
Fotografías
2 © PhotoDisc/Getty Images; **8** (de izquierda a derecha) Fotografía de Bill Middlebrook - Breckenridge, Colorado; © David Muench/Corbis; **9** © PhotoDisc/Getty Images; **13** (arriba) © Corbis; (abajo) © PhotoDisc/Getty Images; **22** Bry X Pictures/Alamy; **28** Diego -Victoria Smith/HRW; background-© Corbis; **30** (izquierda) © Corbis; (centro y derecha) © PhotoDisc/Getty Images; **32, 33** © PhotoDisc/Getty Images; **36** Don Couch/HRW Photo; **37** © PhotoDisc/ Getty Images; **45** Joseph Sharp, diseñador gráfico de la ciudad de Provo

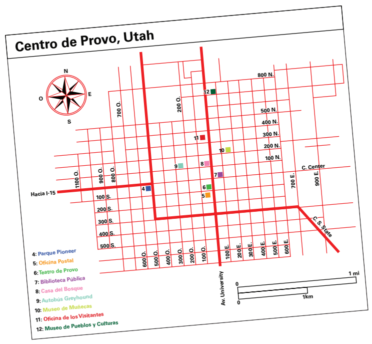
Contenido











Querido alumno:

A veces se necesitan números que muestren direcciones distintas u opuestas.

¿Alguna vez usaste números positivos y negativos?

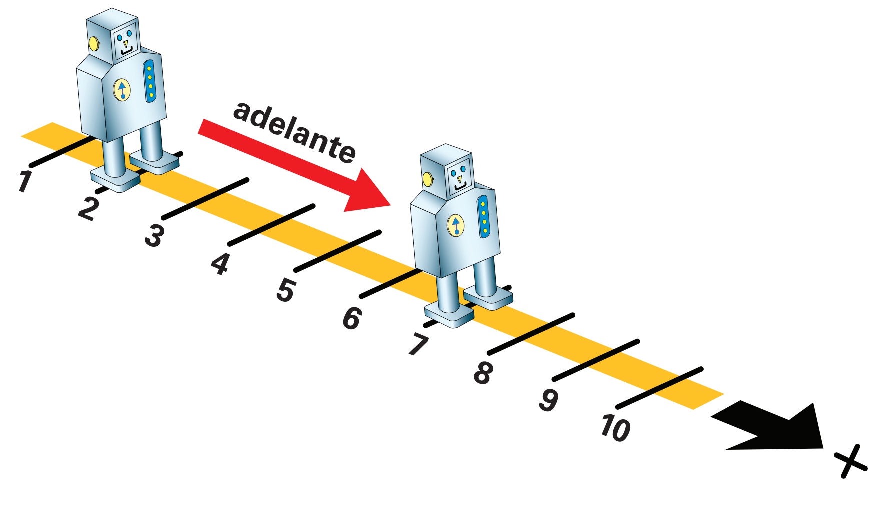
En esta unidad, usarás un mapa del mundo para explorar los husos horarios y averiguar cuál es la mejor hora para llamar a personas que viven en otra parte del mundo. Practicarás la suma, la resta y la multiplicación de números positivos y negativos en diferentes contextos. El robot Ronnie te ayudará a trabajar con una recta numérica. Multiplicarás y dividirás números positivos y negativos para hallar temperaturas promedio.

En la última sección, investigarás cómo trasladar, ampliar y reducir una figura en papel cuadriculado usando números positivos y negativos.

Esperamos que disfrutes de esta unidad y aprendas mucho sobre operaciones con números positivos y negativos.

Atentamente.

El equipo de desarrollo de Las matemáticas en contexto



A

Positivo y negativo

¿Qué hora es allá?

A. Haroldo y Felicia son muy aficionados al tenis. Están mirando la final del abierto australiano que se transmite en directo desde Australia. De pronto, su hermanito entra en la sala.

B. Son las 7:30 p.m. y Pedro sabe que mañana su prima Susana dará su primer concierto de piano. La llama a Londres para desearle suerte.

C. María viajará de Minneapolis a Seattle. Esta es la información sobre su vuelo.

Vuelo	Fecha	Desde/hasta	Hora
NW1607	12/05	Minneapolis hasta Seattle	11:30 a.m. a 1:00 p.m.

María está contenta de que su viaje sólo dure $1\frac{1}{2}$ hora.

Vuelo	Fecha	Desde/hasta	Hora
NW0008	12/12	Seattle hasta Minneapolis	11:45 a.m. a 5:15 p.m.

María se pregunta por qué el viaje de vuelta desde Seattle dura mucho más que el viaje hasta Seattle.

1. Estas tres historias tienen algo en común. ¿Puedes explicar qué es? Esta fotografía de la Tierra podría ayudar.

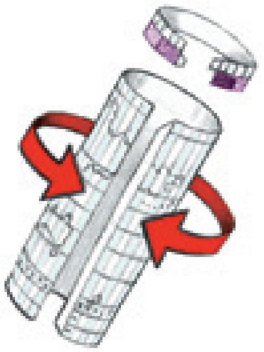
2. **Reflexiona** ¿Has tenido una experiencia como la de las tres historias? De ser así, descríbela.

Actividad

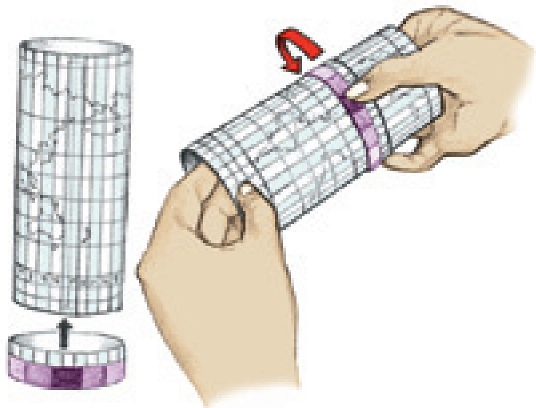
Husos horarios del mundo

La **Hoja de actividad del estudiante 1** muestra un mapa que puede enrollarse para formar un cilindro y un anillo especial llamado **anillo solar.** Usa la **Hoja de actividad del estudiante 1** para hacer el cilindro y el anillo. El cilindro es un modelo tridimensional de la Tierra que puede ayudarte a responder al problema 3.

- Corta el mapa y el anillo solar de la hoja de actividad. ¡No cortes las solapas!



- Enrolla el mapa para formar un cilindro y pégalo sobre la solapa. Deben superponerse las secciones marcadas +12 y –12. Haz lo mismo con el anillo solar.



- Desliza el anillo solar alrededor del cilindro.

3. a. ¿Cómo puede el anillo solar de tu modelo explicar la fotografía de la página anterior?

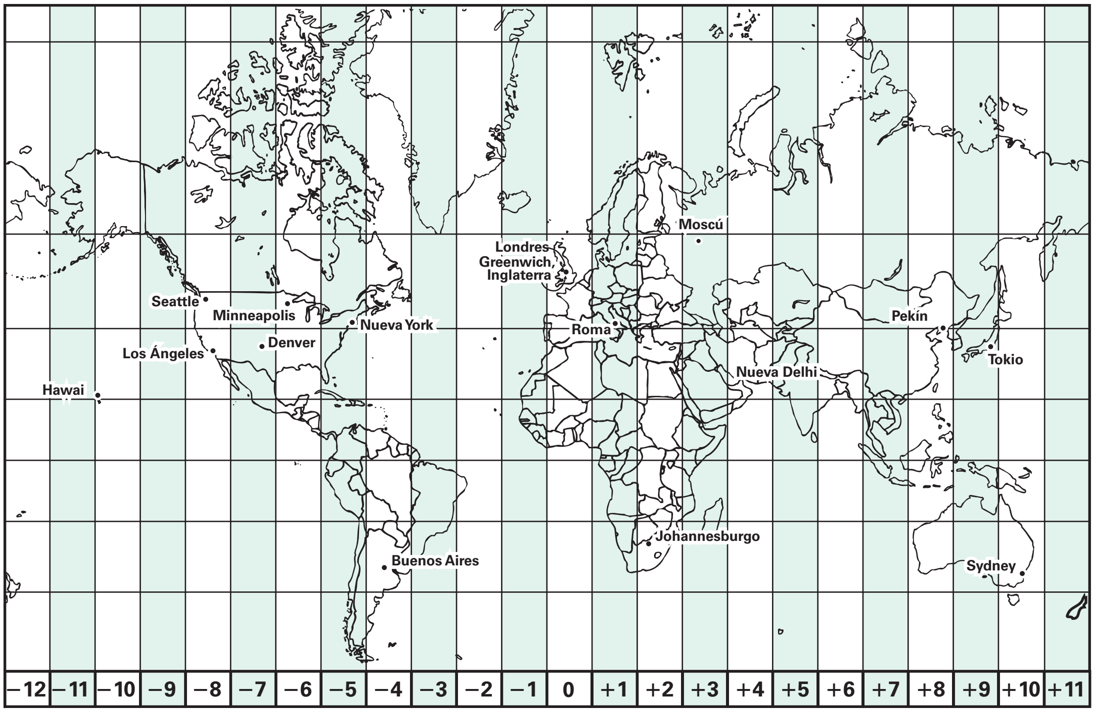
b. ¿Cómo puedes usar el anillo solar de tu modelo para explicar la primera y la segunda historia de la página 1?

4. **a.** Cuando es mediodía en Nueva York, ¿dónde es medianoche?

   b. ¿Cuál es la diferencia horaria entre Nueva York y Los Ángeles?

   c. ¿Cuál es la diferencia horaria entre Londres y Nueva York?

   d. ¿Qué significa que Greenwich, Inglaterra, esté en la sección marcada con el número 0?



Nota: Este mapa es una versión simplificada del mapa de husos horarios real en el que los husos varían a menudo para adaptarse a islas, fronteras y ciertas características geográficas.

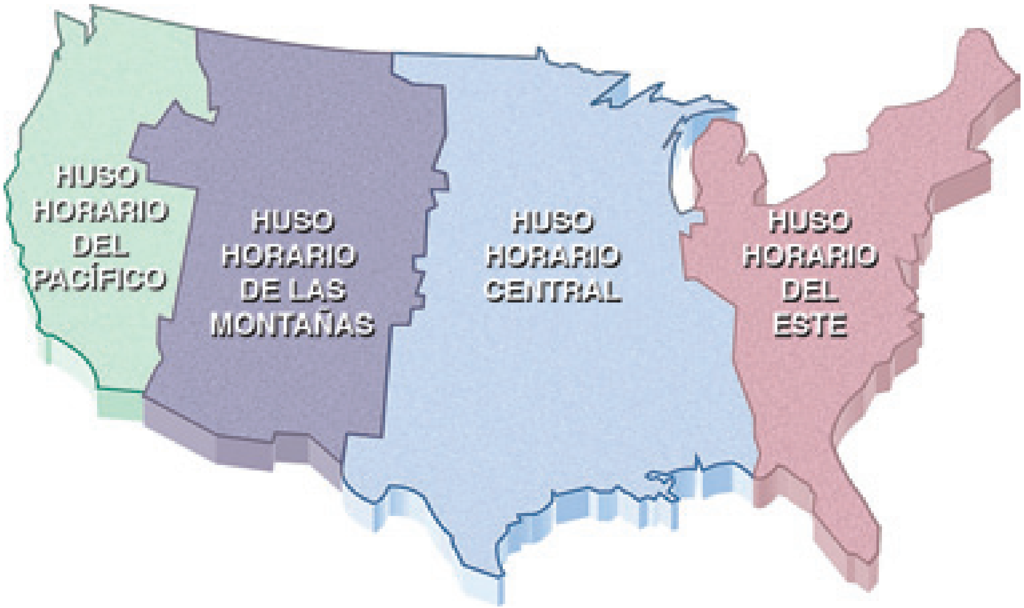
Este mapa muestra los **husos horarios** internacionales.

La hora se calcula desde la línea del cero en Greenwich. Existen 24 husos. Cuando pasas de un huso al siguiente, debes retrasar o adelantar una hora tu reloj según la dirección en la que viajes.

En la parte inferior del mapa, una banda muestra cómo se relacionan los husos horarios con el huso horario cero. Por ejemplo, si en Greenwich son las 9:15 a.m., en Roma ya son las 10:15 a.m. (huso marcado +1).

Puedes buscar en un atlas los usos horarios reales.

La parte continental de los Estados Unidos tiene cuatro husos horarios: del este, central, de las montañas y del Pacífico.



5. a. Compara este mapa con el mapa cilíndrico de la **Hoja de actividad del estudiante 1**. ¿Qué números del mapa cilíndrico corresponden a los cuatro husos horarios que se muestran arriba?

   b. Si viajas desde un lugar del huso horario hacia el este hasta el siguiente huso horario del mapa cilíndrico, ¿qué sucede con los números?

   c. Si son las 11:30 a.m., hora del este, ¿qué hora es en el huso horario del Pacífico?

   d. Cuando viajas hacia el este, ¿deberías atrasar o adelantar una hora a tu reloj?

6. a. En el mapa cilíndrico, halla el huso horario en el que vives. ¿Cuál es el número de tu huso horario? ¿Qué te dice este número?

   b. ¿En qué huso horario está Hawai? ¿Y Moscú?

   c. Nombra una ciudad que esté en el huso horario marcado +2 (que se lee “dos positivo”). ¿Cuál es la diferencia horaria entre tu huso horario y el de esa ciudad? Explica cómo hallaste la respuesta.

Tara, Víctor y José son compañeros de clase. Los tres estudiantes viven en una ciudad que está en el huso horario −5 (que se lee "cinco negativo"). Ellos tienen familiares que viven en distintos países alrededor del mundo. Keisha, prima de Tara, vive en un lugar en el que hay seis horas más que donde vive Tara.

7. ¿En qué huso horario vive Keisha? ¿En qué países podría vivir Keisha?

El abuelo de Víctor vive en el huso horario +5.

8. ¿Cuál es la diferencia horaria entre el lugar donde vive Keisha y donde vive el abuelo de Víctor?

El tío de José vive en un lugar que está dos horas adelante del lugar donde vive José.

9. **a.** ¿Cuál es la diferencia horaria entre el lugar donde vive Keisha y donde vive el tío de José?

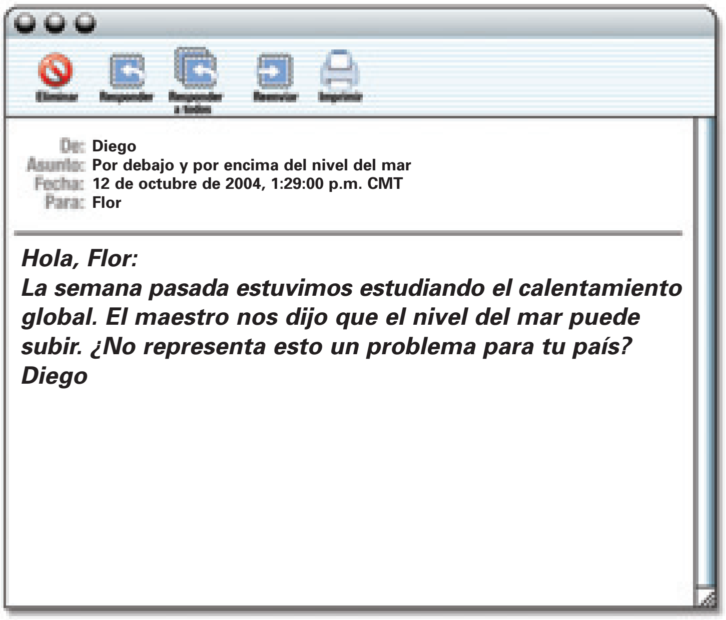
b. ¿Cómo hallaste esta diferencia?

10. Keisha quiere llamar por teléfono a Tara. ¿Es ahora un buen momento para llamarla? Sí o no, ¿por qué?

Los números similares a +2 se llaman **números positivos.**
Los números similares a −5 se llaman **números negativos.**

Por debajo y por encima del nivel del mar

La clase de Flor, en Nieuwerkerk, Países Bajos, intercambia regularmente mensajes de correo electrónico con la clase de Diego, que está en Eagle, Colorado. Diego le escribió este mensaje a Flor:



De: Diego
Asunto: Por debajo y por encima del nivel del mar
Fecha: 12 de octubre de 2004, 1:29:00 p.m. CMT
Para: Flor

Hola, Flor:
La semana pasada estuvimos estudiando el calentamiento global. El maestro nos dijo que el nivel del mar puede subir. ¿No representa esto un problema para tu país?
Diego

Y Flor le contestó:

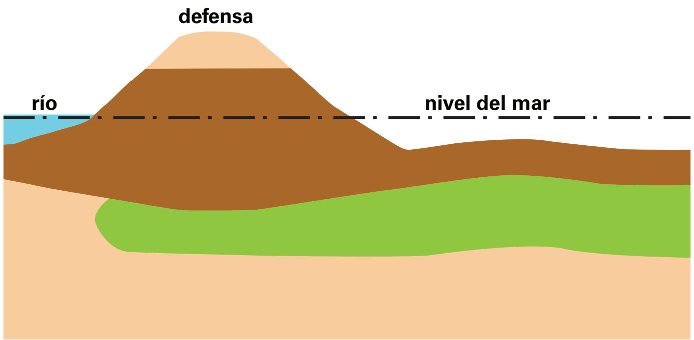
Eliminar Responder Responder a todos Reenviar Imprimir

De: Flor
Asunto: Re: Por debajo y por encima del nivel del mar
Fecha: 12 de octubre de 2004, 1:35:30 p.m. CMT
Para: Diego

Hola, Diego:
Vivimos en el punto más bajo de los Países Bajos.
¡Está a unos –7 metros! Afortunadamente, el gobierno ha construido defensas costeras para protegernos.
Flor

El 12 de oct. de 2004, a la 1:29 p.m., Diego escribió:

> ***Hola, Flor.***
> ***La semana pasada estuvimos estudiando el calentamiento global. El maestro nos dijo que el nivel del mar puede subir. ¿No representa esto un problema para tu país?***
> ***Diego***



11. ¿Qué significa "−7 metros (m)"?

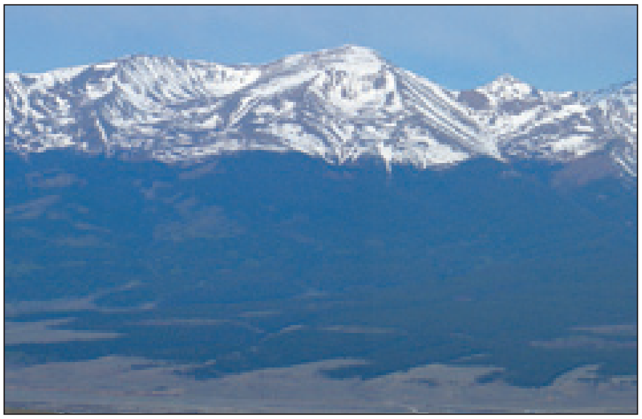
12. La altura de la defensa que mencionó Flor es de unos 6 m por encima del nivel del mar. Halla una notación corta para "6 m por encima del nivel del mar".

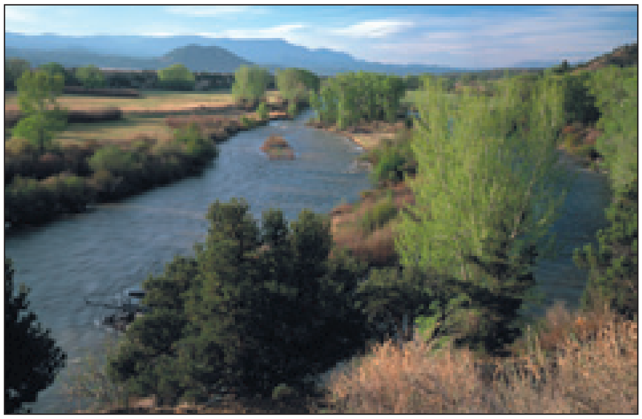
En el menaje electrónico siguiente, Flor escribió:

Eliminar Responder Responder a todos Reenviar Imprimir

De: Flor
Asunto: Re: Por debajo y por encima del nivel del mar
Fecha: 12 de octubre de 2004, 1:47:00 p.m. CMT
Para: Diego

Hola, Diego:
Si subiera el nivel del mar, mudarse a otra parte del país no serviría de mucho. Los Países Bajos son un país de muchas llanuras; nuestro punto más alto está a sólo 322 metros por encima del nivel del mar.
Flor





Diego contestó que el punto más alto en Colorado, el monte Albert, tiene una altura de unos 4,400 m por encima del nivel del mar y que el punto más bajo en Colorado, en el río Arkansas, está a 1,021 m también por encima del nivel del mar.

13. **a.** ¿Cuál es la diferencia de altura entre el punto más alto de Colorado y el de los Países Bajos?

b. ¿Cuál es la diferencia entre el punto más bajo de Colorado y el de los Países Bajos?

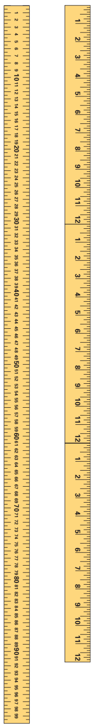
Ahora Diego se ha empezado a interesar en las elevaciones y las depresiones. Investigó en Internet y encontró cuál es el punto más bajo de la Tierra: el mar Muerto.

14. ¿Cómo puede escribir Diego la profundidad del mar Muerto en forma corta?

En Internet también encontró cuál es el punto más bajo de los Estados Unidos. Está en el valle de la Muerte, en California, y su profundidad es de −282 pies (ft). Diego averiguó que 1 ft = 0.3048 m.

15. Estima la profundidad del valle de la Muerte en metros enteros. Usa una notación correcta.

Pista: un metro tiene cerca de tres pies.



Ahora todos están interesados en registrar elevaciones y depresiones. La siguiente tabla muestra una lista de elevaciones y depresiones que encontraron los estudiantes.

Nombre	Por debajo o por encima del nivel del mar
Florida	más bajo: 0 m
Luisiana	más bajo: −2.4 m
Alabama	más alto: +733 m
Colorado	más alto: +4,400 m
Washington, D. C.	más bajo: +0.3 m
Nepal	más alto: +8,850 m
Fosa Challenger	más bajo: −11,000 m
Europa	más bajo: −28 m

16. ¿Cuál es el punto más bajo de Washington, D. C., expresado en pies?

17. a. ¿Está el punto más bajo de Florida por debajo del nivel del mar, por encima de él o al mismo nivel?

b. ¿Por qué el punto más bajo de Florida no tiene signo más ni signo menos?

Nota: la fosa Challenger es el punto más bajo de los océanos de la Tierra. Está situado en el océano Pacífico, cerca de las islas Marianas.

Si cortas el monte Everest a nivel del mar y lo colocas en el fondo del mar, en la fosa Challenger, ¡todavía quedaría cerca de una milla de agua sobre su cima!

A Positivo y negativo

Resumen

Puedes usar números positivos y negativos en muchas situaciones. En esta sección, los aplicaste en los husos horarios: al este de la línea del cero (+) y al oeste de la línea del cero (–). También usaste números positivos y negativos para expresar por encima del nivel del mar (+) y por debajo del nivel del mar (–).

A menudo, los números positivos se escriben con un + delante del número, pero a veces no. De cualquier modo, significan lo mismo. Sin embargo, debes escribir el signo negativo en los números negativos.

El cero (0) no es ni positivo ni negativo.

Verifica tu trabajo

1. Lee de nuevo la historia sobre el viaje de María a Seattle en la página 2. ¿Dura realmente más el viaje de vuelta desde Seattle? Explica tu respuesta.

2. Escribe dos situaciones en las que podrías usar números positivos y negativos. Explica cómo los usarías en esas situaciones.

Usa la lista de elevaciones y depresiones de la página 9, que hallaron los estudiantes, para responder a las siguientes preguntas.

Érica sugiere: "Hagamos un dibujo a escala que muestre todas las elevaciones y depresiones, del punto más bajo al más alto".

3. a. ¿Cuál es la distancia (en metros) entre el punto más alto y el más bajo de la escala?

b. ¿Podrías hacer un dibujo a escala que muestre el punto más alto y el más bajo usando una escala de 1:100? Sí o no, ¿por qué? Recuerda que una escala de 1:100 indica que 1 centímetro (cm) en el dibujo es igual a 100 cm (o 1 metro) en la situación real.

Jassir usó números positivos y negativos para mostrar cuántos metros asciende y desciende un camino en las montañas. Esta es la tabla de Jassir para el camino del Lago Mirror.

Camino del Lago Mirror cuesta arriba/cuesta abajo (en m)
+230
−130
+37
−340
+110
−37
+140
−40

4. a. Estima si acabarás más arriba o más abajo del lugar de donde saliste si recorrieras este camino.

Jassir usa el siguiente método para hallar exactamente cuántos metros más arriba o más abajo está el final del camino.

Puedes cancelar +37 cuesta arriba y −37 cuesta abajo. También se pueden combinar otros números.

b. Averigua cuánto más alto está el final del camino del Lago Mirror comparado con el punto de partida. Puedes usar el método de Jassir.

Para reflexionar más

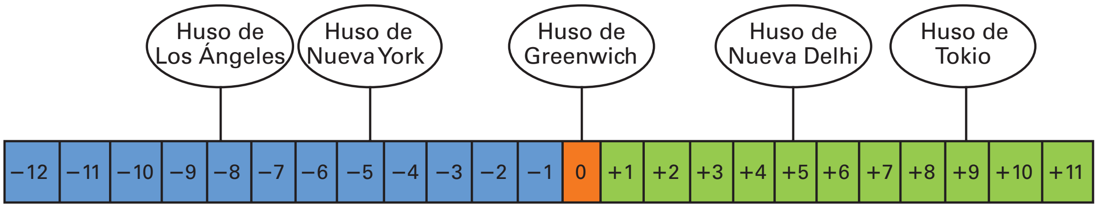
Explica por qué es útil clasificar los números como positivos o negativos. Piensa en algunas situaciones distintas de las de esta sección en las que usarías números positivos y negativos.

B

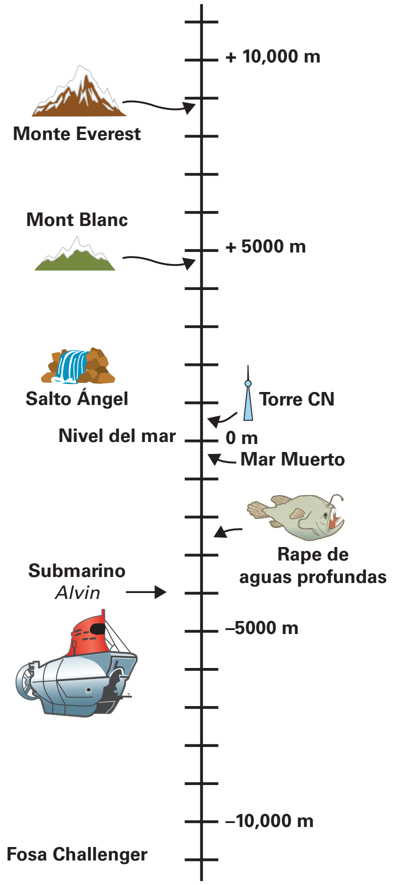
Caminar por la recta numérica

Ordenar los números

En la parte inferior del mapa de los husos horarios, viste una banda con 24 números desde el −12 hasta el +11.



1. ¿Cuál es la diferencia horaria entre Nueva Delhi y Nueva York? ¿Y entre Nueva York y Los Ángeles?



Las bandas de números o **rectas numéricas** pueden usarse para otros propósitos. Por ejemplo, esta recta numérica muestra elevaciones y depresiones.

2. a. El monte Everest, en Nepal, es la montaña más alta de la Tierra. En la tabla de la página 9, puedes leer que su altura es de 8,850 m. Aproximadamente, ¿cuántos pies son?

b. La montaña más alta de Europa occidental es el Mont Blanc, en Suiza. Aproximadamente, ¿cuántos metros de altura tiene?

c. Aproximadamente, ¿a qué profundidad vive el rape de aguas profundas?

3. ¿Cuál es la diferencia de altura entre el monte Everest y la fosa Challenger?

4. a. Lee los tres enunciados siguientes. ¿Estás de acuerdo con ellos? Explica, sí o no, ¿por qué?

- En el huso horario de Nueva York (−5), siempre es más temprano que en el huso de Moscú (+2).
- El punto más bajo de Luisiana (−2.4 m) es más bajo que el punto más bajo de Washington, D. C. (+0.3 m).
- Si el domingo la temperatura más alta fue −10 grados Celsius (−10 °C) y el jueves −2 °C; el domingo hizo más frío que el jueves.

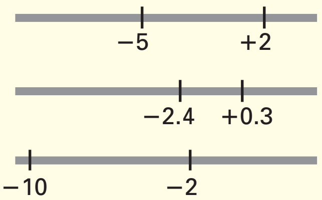
b. Escribe tres enunciados verdaderos como los anteriores: en uno, compara horas; en otro, altitudes; y en otro, temperaturas.

Los enunciados de la página anterior pueden acortarse usando números.

$-5 < +2$

$-2.4 < +0.3$

$-10 < -2$



$<$ significa *es menor que*

En lugar de “más temprano”, “más bajo” y “más frío”, puedes usar la palabra más general *menor.* De manera que $-5 < +2$ puede leerse como -5 es **menor que** $+2$. También puedes decir: $+2$ es mayor que -5, $+0.3$ es mayor que -2.4 y -2 es mayor que -10. La notación corta es:

$+2 > -5$

$+0.3 > -2.4$

$-2 > -10$

$>$ significa *es mayor que*

5. Escribe en palabras cada uno de estos enunciados.

a. $+7 > -7$

b. $-6 < -5\frac{3}{4}$

c. $-10 < +9$

d. $-1000 > -2000$

6. Haz enunciados verdaderos usando $<$ y $>$.

a. 789 ____ 798

b. -3.7 ____ -4.3

c. $+12$ ____ -24

d. $\frac{1}{2}$ ____ $\frac{1}{3}$

Para ayudar a ver cómo se relacionan los números, los matemáticos usan una recta numérica ¡que puede extenderse en ambas direcciones todo lo que quieras! Esto se muestra con las dos flechas.

Si la recta numérica es horizontal, los números *positivos* están a la *derecha* del 0 y los números *negativos* están a la *izquierda* del 0.

Los números positivos se escriben a menudo sin el signo +, así:

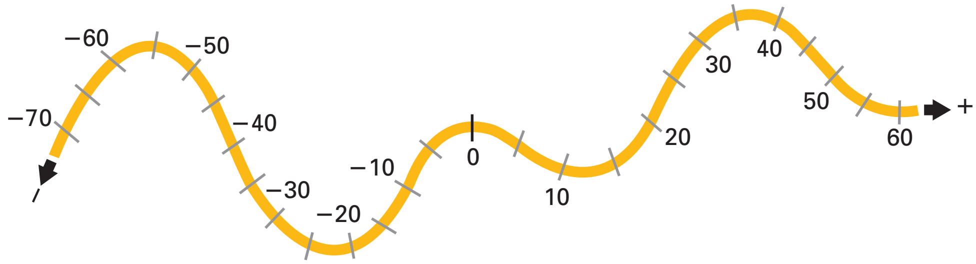
Si te mueves por la recta en dirección positiva, los números por los que pasas son cada vez mayores.

Si te trasladas en dirección negativa, los números son cada vez menores. El movimiento desde 4 hasta −6 es en dirección negativa, de manera que $-6 < 4$.

7. **a.** La distancia entre 4 y −6 es igual a 10. ¿Cómo puedes explicarlo?

b. ¿Cuál es la distancia entre 14 y −16?

Observa la recta numérica curva.



La diferencia entre 60 y 20 es 40. ¡Esa es exactamente la distancia en la recta numérica!

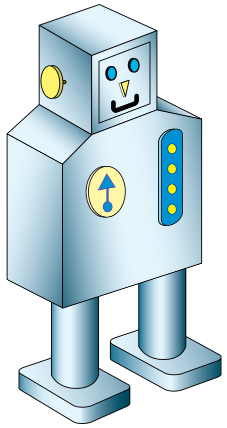
8. **a.** ¿Cuál es la diferencia entre 45 y −10?

b. ¿Cuál es la diferencia entre −15 y −65?

9. **a.** Da tres pares de números, de modo que cada uno contenga un número positivo y uno negativo con una diferencia de 100.

b. Da tres pares de números negativos con una diferencia de 50.

El robot Ronnie



Podemos mover a Ronnie por la recta numérica dándole una instrucción:

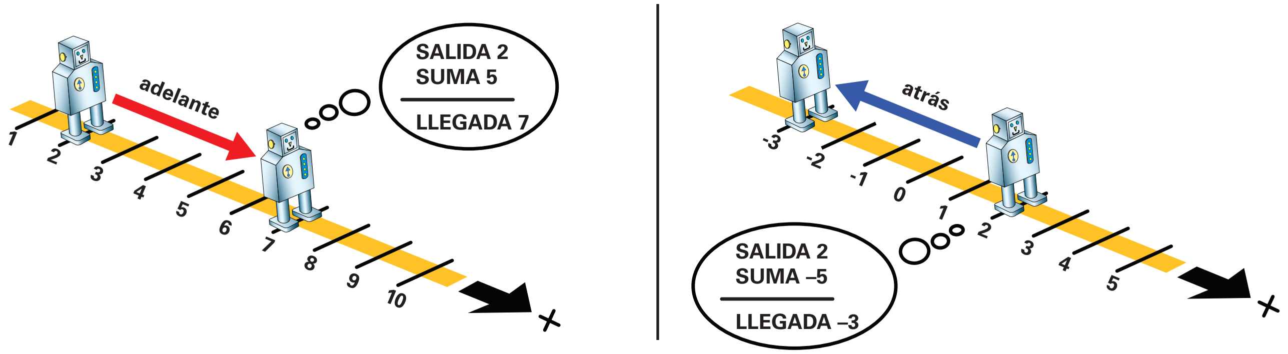
- con una de las palabras "SUMA" o "RESTA",
- seguida de un número positivo o negativo.

Cuando la instrucción empieza con SUMA, Ronnie mira en dirección positiva.

Si el número es positivo, se mueve hacia adelante.

Si el número es negativo, se mueve hacia atrás.

Estos son dos ejemplos:



Supón que Ronnie está parado en el número 2.

La instrucción es SUMA 5. Ronnie mira en dirección positiva y se mueve hacia adelante hasta el número 7. (Mira la primera ilustración.)

En la segunda ilustración, la instrucción es SUMA −5. Ahora, él se mueve hacia atrás y se detiene en el número −3.

10. Cada vez, Ronnie empieza en el número 2.

a. ¿Dónde se detendrá si la instrucción es SUMA 18?

b. ¿Dónde se detendrá si la instrucción es SUMA −18?

11. Ahora, cada vez, Ronnie empieza en el número −5.

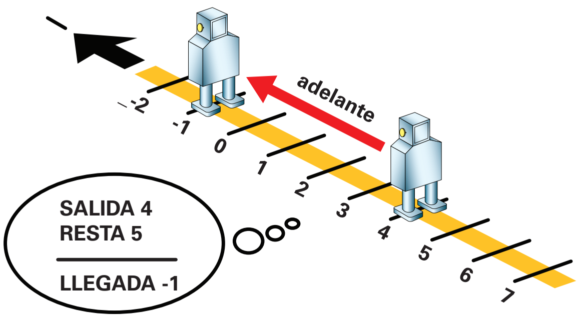
a. ¿Dónde se detendrá si la instrucción es SUMA 5?

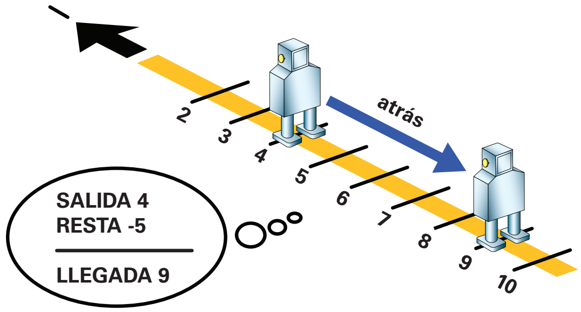
b. ¿Dónde se detendrá si la instrucción es SUMA −5?

Supón que la instrucción empieza con la palabra RESTA.

Dado que la palabra es RESTA, Ronnie ahora mira en dirección negativa, como puedes ver en las ilustraciones y:

- si el número es positivo, se traslada hacia adelante.
- si el número es negativo, se traslada hacia atrás.





En las ilustraciones, ves que Ronnie parte del número 4.

Así que si la instrucción es RESTA 5, se detiene en −1.

12 **a.** Si la instrucción RESTA 5 se repite, ¿dónde se detiene Ronnie esta vez?

b. ¿Dónde se detendrá si el punto de partida es −4 y la instrucción es RESTA −4?

Ronnie está parado en el número −8. Tú quieres que se mueva hacia adelante, hasta el número + 8.

13. **a.** ¿Qué instrucción le darás?

b. Pero ¡Ronnie quiere moverse hacia atrás! ¿Qué instrucción puedes darle ahora para que llegue al 8?

Ahora Ronnie está parado en el número −14 y quieres enviarlo al −24.

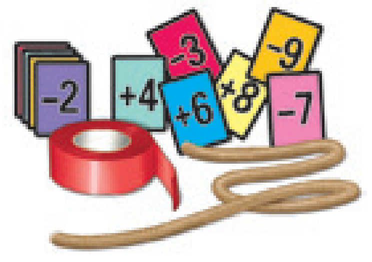
14. ¿Qué instrucción le darás para que se detenga allí?

Actividad

El juego del robot

Para jugar este juego, necesitas una recta numérica en el piso.

Puedes hacerla con cinta adhesiva de color o con una soga o una cuerda larga y tarjetas con números positivos y negativos.



Un estudiante representa el papel del robot Ronnie. Otro estudiante elige una de las cuatro instrucciones para que Ronnie se mueva.

SUMA + ...

SUMA − ...

RESTA + ...

RESTA − ...

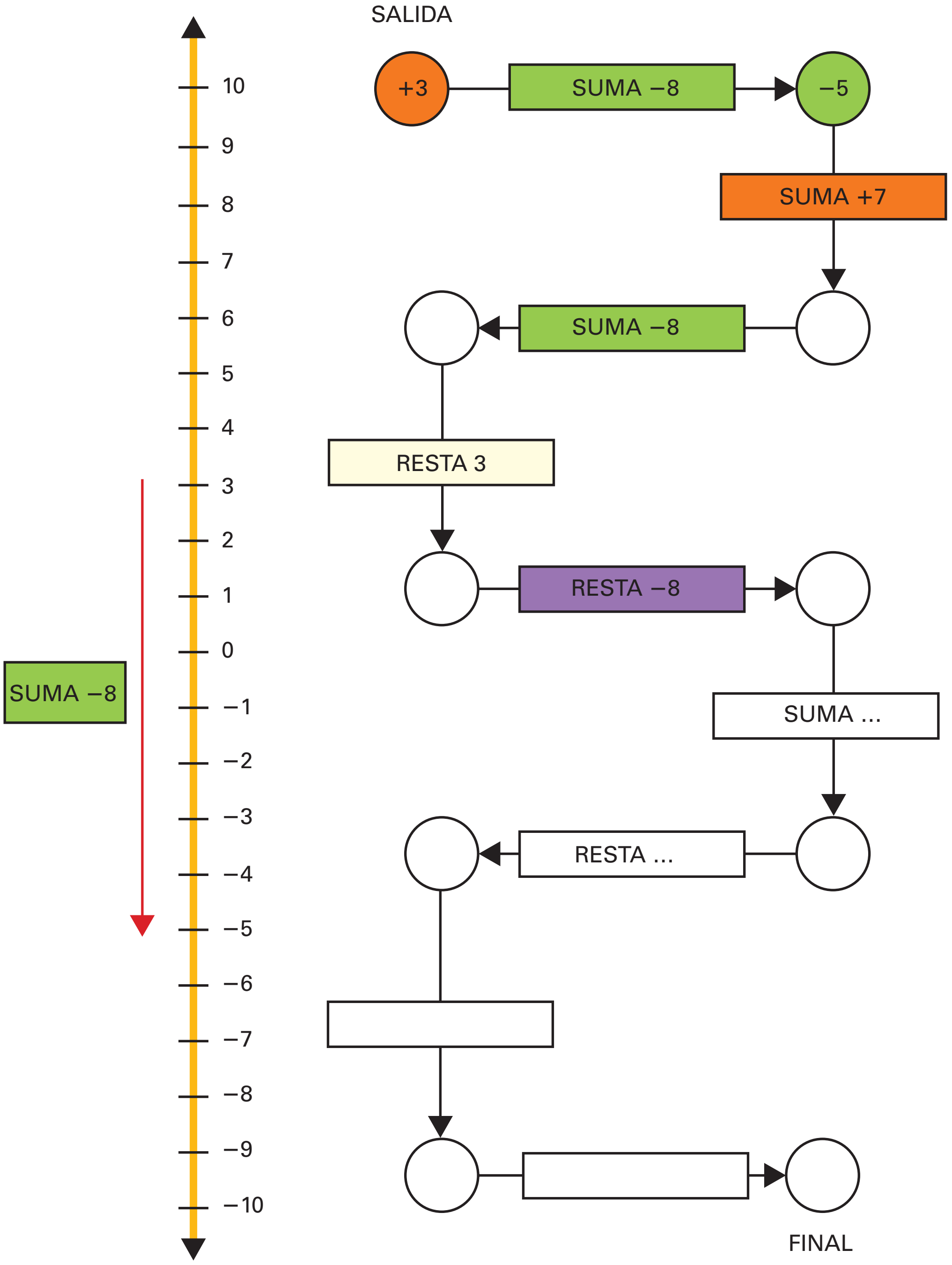
Ronnie elige un punto de partida. El segundo estudiante da una instrucción con un número y Ronnie se mueve por la recta.

El estudiante debería dar una instrucción de cada tipo, en cualquier orden. Otros estudiantes verifican si Ronnie se detiene en el punto correcto.

Luego de cuatro movimientos, el juego continúa con otros dos estudiantes.

15. Completa la siguiente serie de instrucciones. Puedes usar la recta numérica para apoyar tu razonamiento.

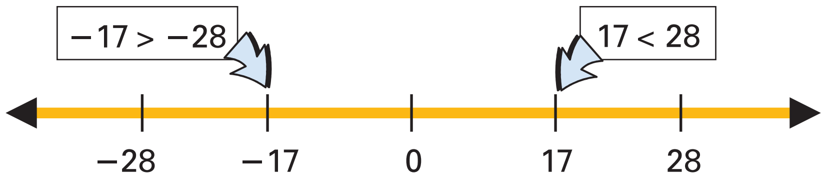
Al final de la cadena puedes elegir tus propias instrucciones.



B Caminar por la recta numérica

Resumen

Los números positivos y negativos pueden ordenarse en una recta numérica. Cuanto más lejos está el número hacia la derecha, mayor es. El número 17 es menor que 28, pero −17 es mayor que −28.



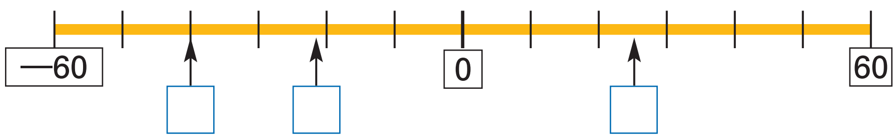
La *diferencia* entre dos números es la distancia que hay entre esos números en la recta numérica; por ejemplo, la diferencia entre 28 y −17 es igual a 45.

Los movimientos sobre la recta numérica pueden indicarse mediante instrucciones de SUMA o RESTA.

SUMA 8	⟷	8 pasos en dirección **positiva**
RESTA 8	⟷	8 pasos en dirección **negativa**
SUMA −8	⟷	8 pasos en dirección **negativa**
RESTA −8	⟷	8 pasos en dirección **positiva**

Verifica tu trabajo

1. a. Esta es una parte de una recta numérica que comprende desde −60 hasta 60. Completa los espacios.



b. Coloca otro número positivo y otro negativo, de modo que la diferencia entre ellos sea 75.

2. Plantea enunciados verdaderos usando $<$, $=$ o $>$, y escríbelos con palabras.

a. -24 ____ 14

b. -2000 ____ 2000

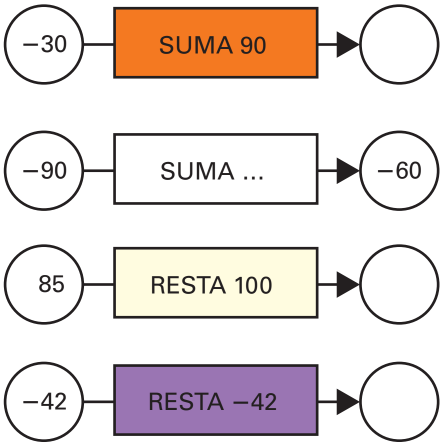
c. -101 ____ -100

d. $\frac{1}{4}$ ____ $\frac{1}{5}$

3. **a.** El robot Ronnie parte del número 6. La instrucción es SUMA -9. ¿Dónde se detiene Ronnie?

b. Escribe tres instrucciones distintas para Ronnie. Usa SUMA y también RESTA.

4. Completa lo siguiente:



Para reflexionar más

Explica por qué restar -8 es lo mismo que moverse 8 pasos en dirección positiva en la recta numérica.

C Calcular con números positivos y negativos

Sumar y restar

La señora Parker trabaja en un edificio que tiene 40 pisos sobre la planta baja. También tiene 6 pisos de estacionamiento en el subsuelo. Estos pisos se indican con números negativos: desde −1 hasta −6.

La planta baja se indica con el 0 y los pisos superiores tienen números desde el 1 hasta el 40.

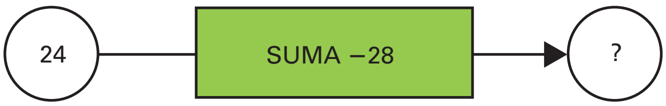
La señora Parker deja el auto en el nivel −4 y entra en el ascensor. Luego sube 28 pisos.

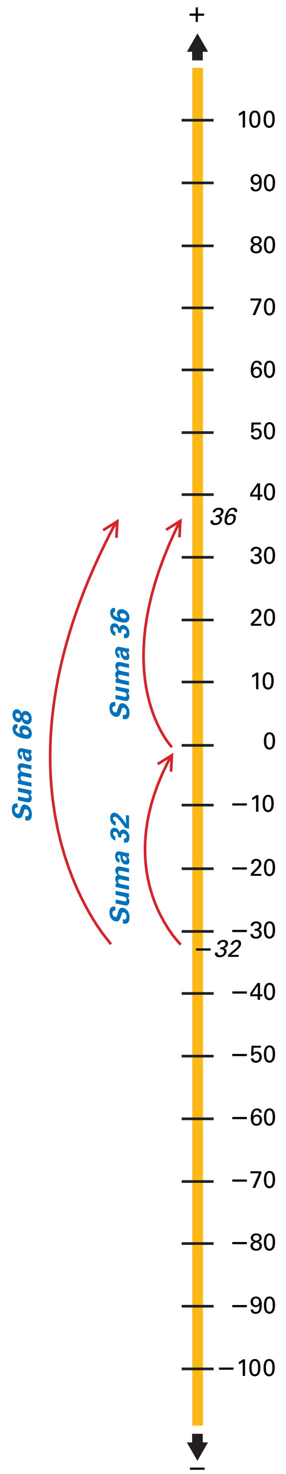
1. ¿A qué piso llega?
2. El cálculo del problema 1 puede verse como una suma.

a. ¿Qué movimiento del ascensor equivale a lo siguiente?

¿Cuál es el resultado de la suma?

b. ¿Qué movimiento del ascensor equivale a lo siguiente?



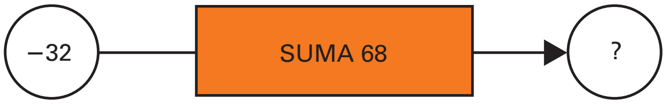


3. a. ¿Cuál es el número máximo de niveles que se puede recorrer cuando el ascensor sube?

b. Escribe un enunciado usando la suma y este número máximo de niveles.

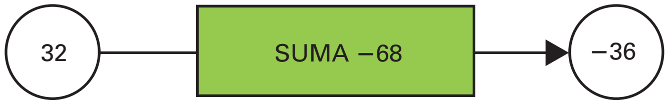
c. Ahora escribe un enunciado usando la suma y el número máximo de movimientos descendentes.

Supón que quieres hacer el siguiente cálculo. Una manera de hacerlo es descomponer el número en dos partes, como puedes ver en la recta numérica de la izquierda. El resultado es 36.



4. a. Descomponer el 68 de esta manera, ¿cómo te ayuda para hacer el cálculo?

b. ¿Cómo puedes modificar la ilustración para que muestre lo siguiente?



De ahora en adelante, esos cálculos se escribirán de manera corta.

$$-32 + 68 = 36$$

$$32 + -68 = -36$$

5. Completa los siguientes cálculos. Puedes dibujar una recta numérica si te resulta útil.

a. $30 + -60 =$ ....

b. $32 + -58 =$ ....

c. $32 + -48 =$ ....

d. $24 + -48 =$ ....

e. $48 + -24 =$ ....

f. $-30 + 60 =$ ....

g. $-30 + -60 =$ ....

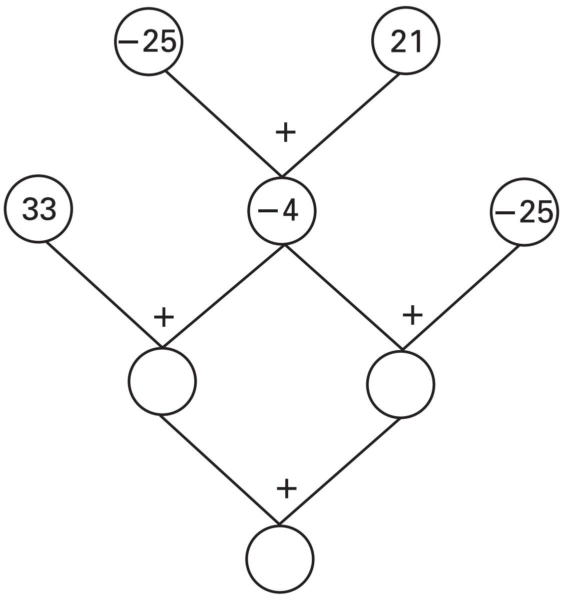
h. $-32 + 35 =$ ....

i. $-32 + 28 =$ ....

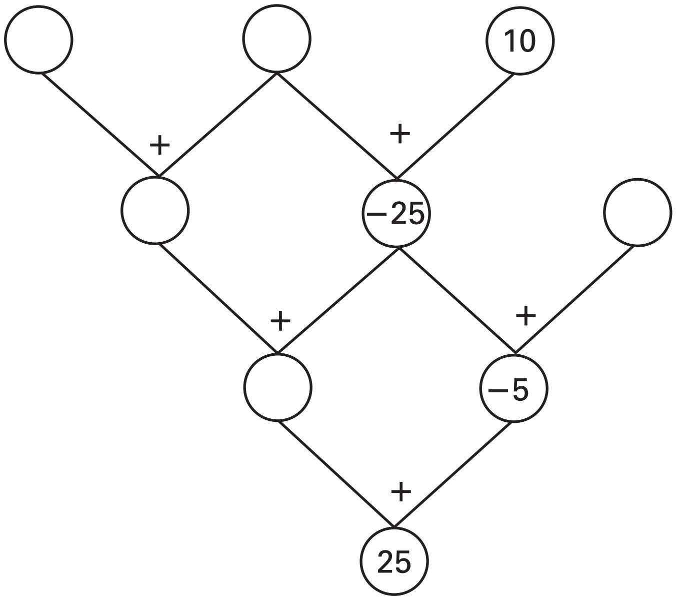
j. $-32 + -28 =$ ....

6. Usa la **Hoja de actividad del estudiante 2** para completar los dos "árboles de suma".

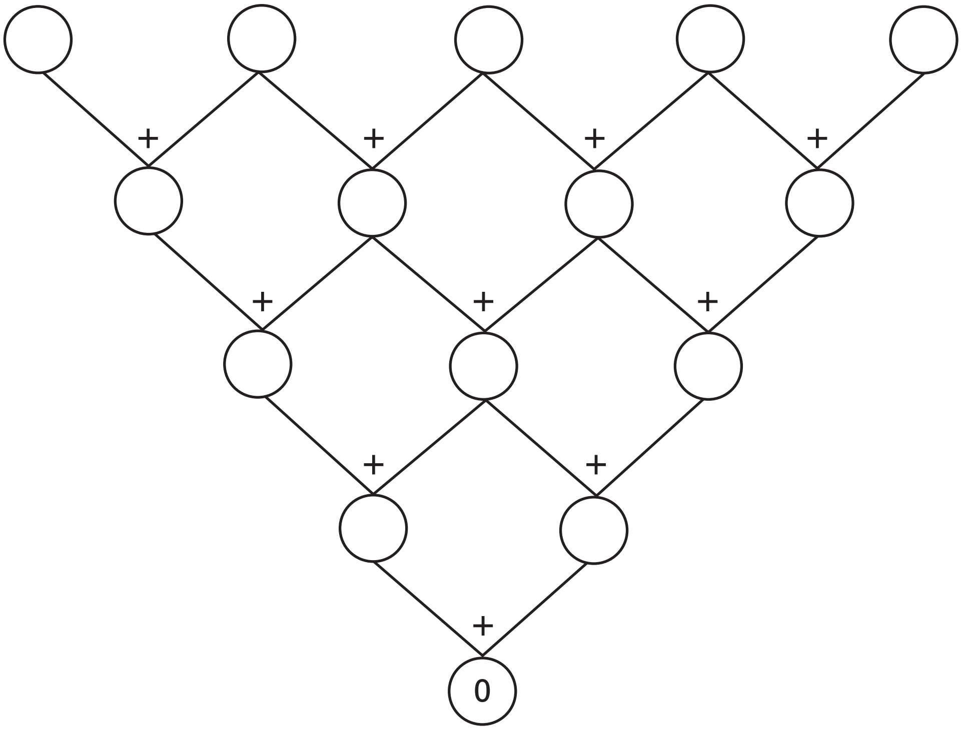
a.



b.

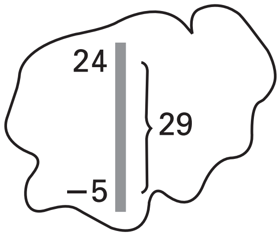


7. Hay muchas maneras de completar con números el siguiente árbol de suma. Copia la tabla y complétala de modo que todos los números sean distintos y el resultado final sea 0.



C Calcular con números positivos y negativos

Recuerda el edificio del problema 1.



La distancia entre el nivel 24 y el −5 es 29 pisos. Esto se escribe:

$$24 \quad - \quad -5 \quad = \quad 29$$

Este es un ejemplo de resta.

8. **a.** Completa las siguientes restas.

I. $14 \quad - \quad -5 \quad = \quad \bigcirc$

II. $4 \quad - \quad -5 \quad = \quad \bigcirc$

III. $-4 \quad - \quad -5 \quad = \quad \bigcirc$

b. Compara estos cálculos con:

I. $14 \quad + \quad 5 \quad = \quad \bigcirc$

II. $4 \quad + \quad 5 \quad = \quad \bigcirc$

III. $-4 \quad + \quad 5 \quad = \quad \bigcirc$

En general, *restar* −5 da el mismo resultado que *sumar* 5.

9. Da tres ejemplos que muestren que restar −10 da el mismo resultado que sumar 10.

10. Completa el siguiente enunciado: *Restar 8 da el mismo resultado que sumar ___.*

11. Completa los cálculos.

a. $8 - (-10) = \bigcirc$

$8 + 10 = \bigcirc$

b. $-8 + (-20) = \bigcirc$

$-8 - \bigcirc = \bigcirc$

c. $-22 + 12 = \bigcirc$

$-22 - \bigcirc = \bigcirc$

d. $75 - \bigcirc = 99$

$75 + \bigcirc = 99$

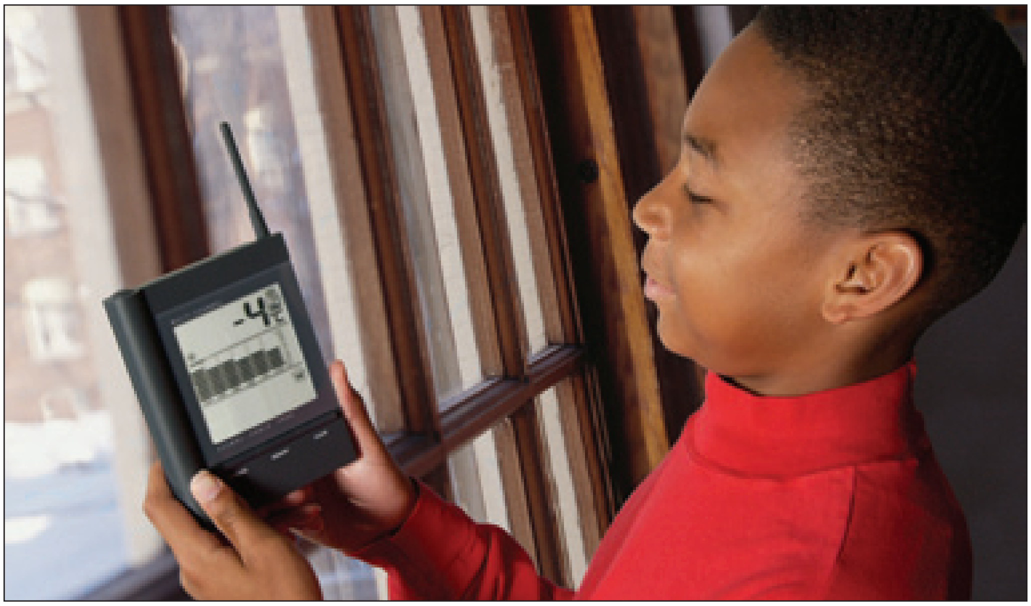
Actividad

El juego de los enteros

Estas son las reglas de un juego de tarjetas en el que se usan 40 tarjetas. Numera 10 tarjetas con enteros consecutivos desde el 1 hasta el 10 usando un marcador negro y colocando un número en cada tarjeta. Numera otras 10 tarjetas con marcador rojo colocándole a cada una un **entero** consecutivo desde −10 hasta −1. Arma dos juegos completos de cada color. Juega con dos o tres participantes.

- Revuelvan todas las tarjetas numeradas.
- Cada persona recibe 7 tarjetas y las restantes se colocan boca abajo en una pila en medio de la mesa.
- Decidan quién juega primero. El primer jugador usa todas las tarjetas posibles que sumen −2 y las apoya sobre la mesa para que los demás las vean.
- Coloca las tarjetas que suman −2 en la parte inferior de la pila y voltea otra tarjeta de la pila.
- El primer jugador trata de usar tarjetas que sumen el número de la tarjeta nueva. Si no lo puede hacer, es el turno del siguiente jugador.
- Si este último no puede formar el número, saca una tarjeta de la pila. Si aún así no lo puede formar, es el turno del siguiente jugador.
- El primer jugador que se quede sin cartas gana el juego.

Temperaturas y altitudes



Durante el invierno, a la clase de Diego se le dio la tarea de registrar las temperaturas altas y bajas durante una semana.

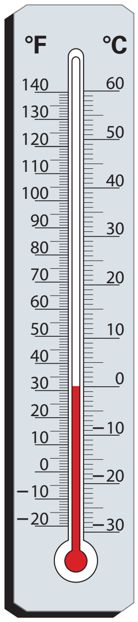
Estas son las temperaturas que Diego registró.

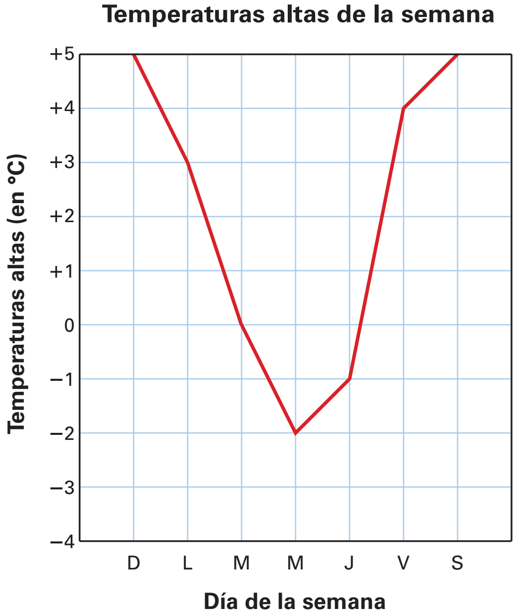
	D.	L.	M.	Miérc.	J.	V.	S.
Temp. altas (°C)	9	3	4	−2	−1	3	−1
Temp. bajas (°C)	−1	0	−4	−3	−7	−1	−2

12. a. ¿Cuál fue el día más frío? ¿Cuál fue el día más cálido? Explica tus respuestas.

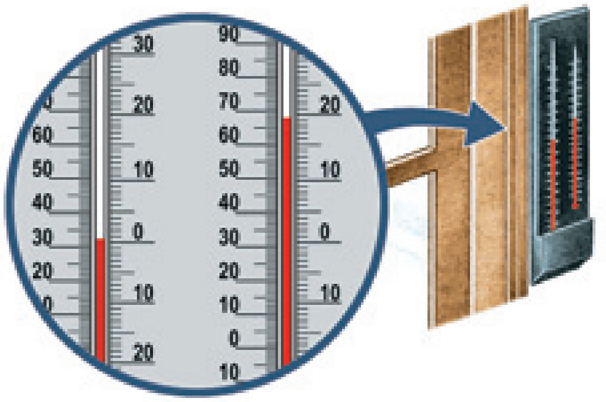
b. Escribe las temperaturas bajas en orden, de la más fría a la más cálida. ¿Estuvo la temperatura por debajo del punto de congelación todos los días?

13. Calcula la temperatura **media** alta de la semana. ¿Cuál fue la temperatura media baja? Muestra tus cálculos.





La semana siguiente, Diego siguió registrando las temperaturas altas y bajas. En lugar de escribirlas en una tabla, hizo una gráfica. Esta gráfica muestra la temperatura alta de cada día.



14. **Reflexiona** Compara las temperaturas altas de esta gráfica con las de la tabla de la semana anterior. ¿Qué semana fue más cálida? Da razones que apoyen tu respuesta.

Diego calculó que la temperatura media baja de la segunda semana era −1°C.

15. Plantea una posibilidad para cada una de las siete temperaturas bajas diarias de esa semana en grados Celsius.

Esta es una lista de las temperaturas altas de todo el mes de enero.

D.	L.	M.	Miérc.	J.	V.	S.
	−1	+4	0	−1	−1	+1
−1	+3	0	0	−1	+1	+1
−3	−3	−5	−1	0	0	+1
+1	+2	+2	0	−2	−2	−1
−1	+2	+2	−2			

Diego y su compañera Karen quieren calcular la temperatura media alta de enero. Karen empieza a tachar pares de números opuestos (por ejemplo, +2 y −2) y luego suma todos los números restantes.

16. ¿Por qué número divide Karen para hallar la temperatura media alta?

Diego empieza por contar las veces que se repite cada temperatura.

−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5
				///	/	/			/	

17. **a.** Explica cómo debería continuar Diego para calcular la media.

b. **Reflexiona** ¿Qué método te gusta más, el de Diego o el de Karen? ¿Por qué?

18. **a.** Copia y termina la tabla de las cuentas de Diego.

b. Como hay tres días con −2 °C de temperatura, Diego calcula:

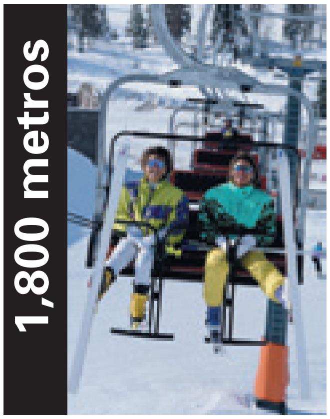
$$3 \times -2 = -2 + -2 + -2 = \_\_\_\_$$

¿Cuál es la respuesta? Haz cálculos como este para cada entrada de la tabla.

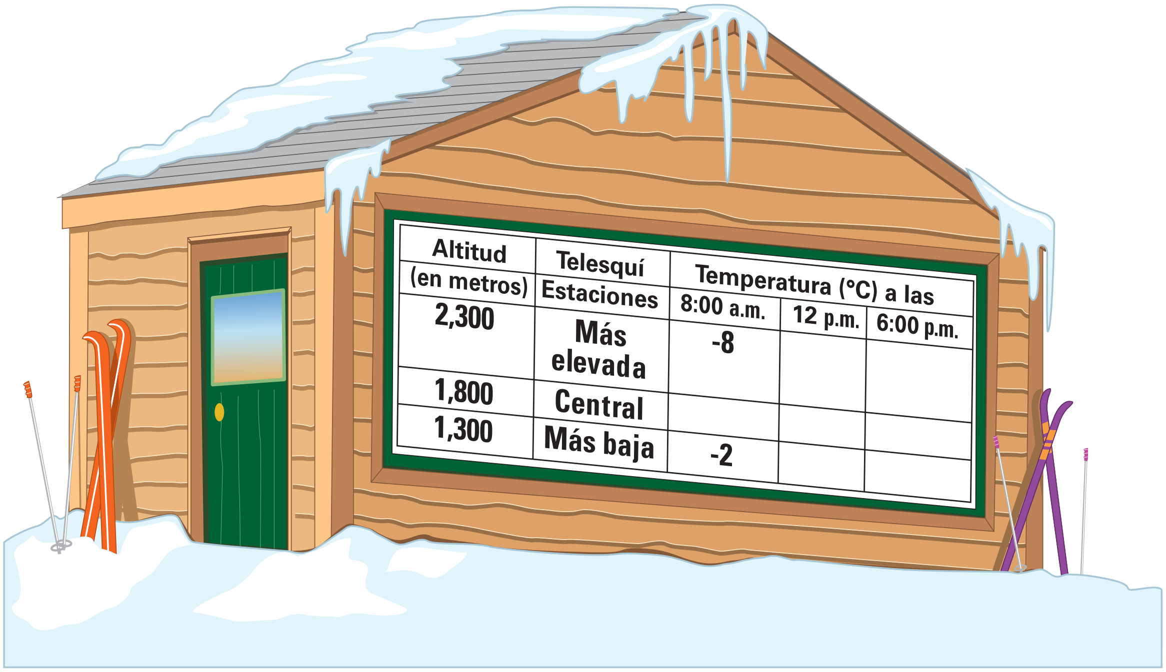
c. Calcula la temperatura media alta.

Más y más alto

La escuela de Diego y Karen está cerca de una zona de esquí. En la montaña, hay tres telesquíes. El más bajo está a 1,300 m por encima del nivel del mar. Desde esta estación, un telesquí te puede llevar hasta la más alta, localizada a 2,300 m. Entre estas dos estaciones, hay una central, a mitad de camino.



En la estación de telesquí más baja, un cartel muestra la temperatura que hay en cada estación en distintos momentos del día.



19. **a.** ¿Cuál crees que era la temperatura en la estación central de telesquí a las 8:00 a.m.?

b. ¿Qué notas sobre la temperatura a medida que se asciende por la montaña?

Al mediodía, la temperatura de las tres estaciones de telesquí han aumentado 5 grados.

20. **a.** Escribe la temperatura que hay en cada estación al mediodía.

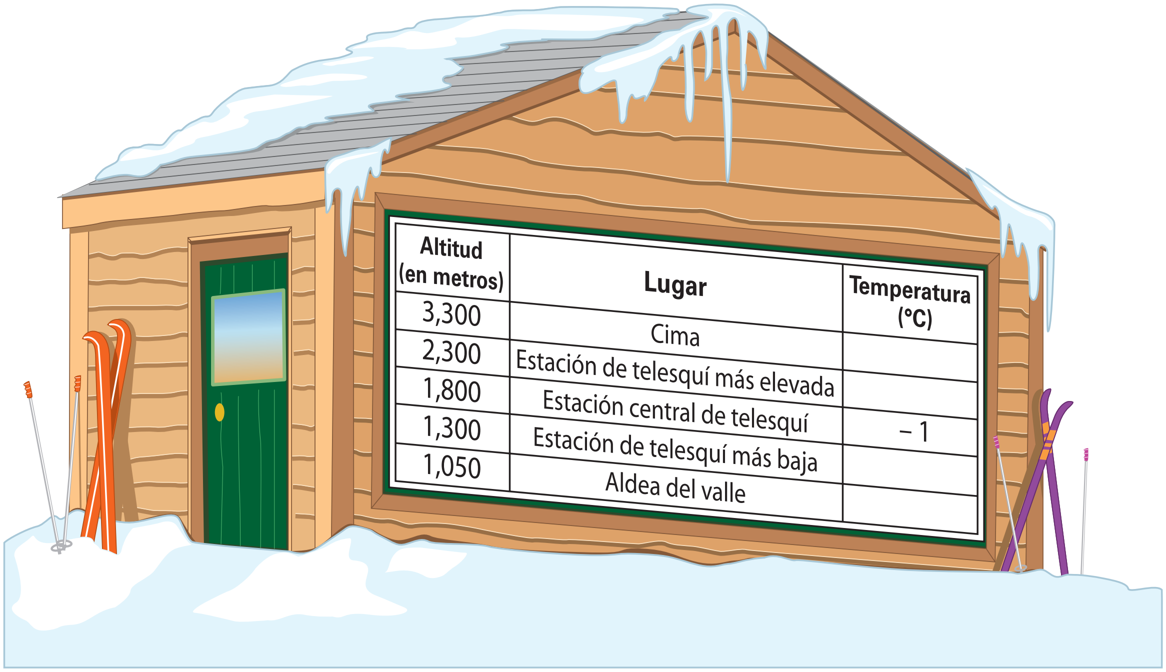
b. Supón que la diferencia de temperatura entre las estaciones de telesquí es siempre la misma. ¿Cuáles podrían ser las temperaturas a las 6:00 p.m.?

En las montañas, un cambio de altura resulta en un cambio de temperatura.

21. En esta zona de esquí, ¿qué sucede con la temperatura cada vez que asciendes 500 m?

Al día siguiente, al mediodía, la temperatura de la estación central de telesquí es −1°C.

22. Al mediodía, ¿qué temperatura mostrará el cartel en los siguientes lugares?



Estas son las temperaturas altas de una semana en la estación central de telesquí.

	D.	L.	M.	Miérc.	J.	V.	S.
Temp. altas (°C)	−5	−3	−3	0	−4	−3	−5

23. ¿Cuál fue la temperatura media alta esa semana en la estación de telesquí más elevada? ¿Cuál fue en la estación más baja?

La regla general entre temperatura y altitud que descubriste tiende a ser verdadera en todo el mundo: por cada 500 m que asciendes, la temperatura baja cerca de 3°C.

24. **a.** ¿Qué sucede con la temperatura si asciendes 1,000 m? ¿Y 250 m? ¿Y 100 m?

b. Anota una regla que describa lo que sucede con la temperatura cuando desciendes.

Puedes encontrar mucha nieve en las grandes altitudes. A veces, la nieve permanece allí durante todo el verano.

Supón que la cima de una montaña está a 4,418 m por encima del nivel del mar. Esta montaña desciende hasta el mar. A nivel del mar la temperatura es de 23 °C.

25. ¿Se está derritiendo la nieve en la cima? Puedes seguir construyendo una tabla como la siguiente para que te sirva de ayuda.

Altitud (en m)	0 (nivel del mar)	500	1,000	
Temperatura	23 °C			

Marcos está trabajando en el siguiente problema.

Al pie de la montaña, la temperatura es de 12 °C. ¿Cuál será la temperatura aproximada en la montaña, 300 m más arriba?

Marcos escribe $12 + 3 \times -0.6 =$

26. Explica cómo se ajusta este cálculo al problema. Luego halla la respuesta.

C Calcular con números positivos y negativos

Resumen

En esta sección, aprendiste que *restar* −15 da el mismo resultado que *sumar* 15.

$$18 \quad - \quad -15 \quad = \quad 33$$
$$18 \quad + \quad 15 \quad = \quad 33$$

También aprendiste que *restar* 15 da el mismo resultado que *sumar −15.*

$$18 \quad - \quad 15 \quad = \quad 3$$
$$18 \quad + \quad -15 \quad = \quad 3$$

Si escribes estos cálculos sin encerrar los números en un círculo, tienes que usar paréntesis para los números negativos: $18 - (-15) = 33$ y $18 + (-15) = 3$. Nota: si no se cumple con la indicación de usar paréntesis, más adelante puede llevar a confusiones.

La repetición de una suma puede escribirse como una multiplicación; por ejemplo:

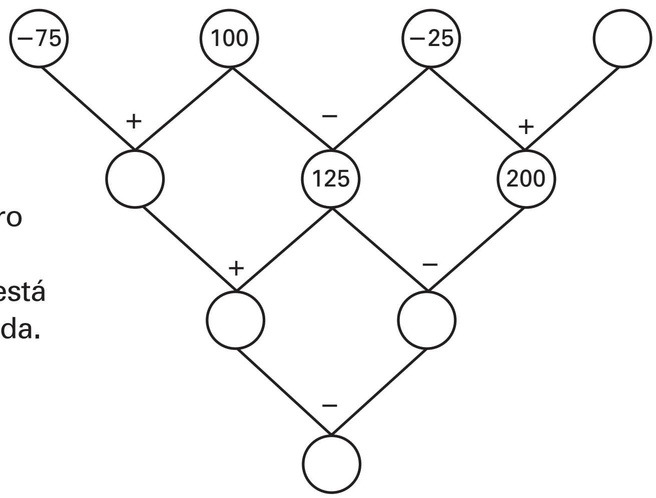
$$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = 5 \times (-2) = -10$$

Una regla general que describe la relación entre la temperatura y la altitud es:

Por cada 500 m que asciendes, la temperatura baja cerca de 3 °C.

Verifica tu trabajo

1. Los siguientes árboles usan *sumas* y *restas*. Si el signo es −, debes restarle el número que está encima del signo, a la derecha, al número que está encima del signo, a la izquierda. Copia el árbol y complétalo.



2. Se registraron las temperaturas altas durante diez días. Durante cuatro días la temperatura alta fue de -3 °C; durante tres días fue de -2 °C; durante un día fue de -1 °C; y durante dos días fue de $+2$ °C.

   a. Explica por qué puedes empezar a hallar la temperatura media así:

$$(4 \times -3) + (3 \times -2) + (1 \times -1) + (2 \times 2) =$$

   b. Termina el cálculo de la temperatura media.

3. ¿Cuál de estos cuatro enunciados es *siempre* verdadero? Explica tu respuesta.

   a. Un número positivo sumado a un número positivo da como resultado un número positivo.

   b. Un número negativo sumado a un número negativo da como resultado un número negativo.

   c. Un número negativo sumado a un número positivo da como resultado un número positivo.

   d. Un número negativo restado a un número positivo da como resultado un número positivo.

Para reflexionar más

Describe cómo se relaciona la multiplicación con la suma y cómo esto puede ayudarte a entender las operaciones con números negativos.

Sumar y multiplicar

Cálculos usando las diferencias

Las calificaciones (en %) de una prueba de matemáticas de un grupo de 20 estudiantes son:

74	74	76	80	84
84	84	84	85	88
88	91	91	93	93
93	96	96	97	99

El maestro supone que la media no está lejos de 85.

Para verificarlo, calcula la diferencia entre cada calificación y 85.

Considera que esta diferencia es negativa si la calificación es menos de 85 y positiva si es más de 85.

Este es el comienzo de la lista de diferencias:

−11	−11	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	+14

1. a. Completa la lista y suma todos los números.

b. ¿Crees que la media es menos o más de 85? Explica tu razonamiento.

c. Divide la suma de todas las diferencias de la lista por 20. ¿Cómo puedes usar este resultado para hallar la calificación media del grupo?

El maestro le pidió a Iris, la alumna que obtuvo la calificación más alta, que calculara la media.

Él no le dijo el resultado.

Iris supuso que la media sería 90, de modo que hizo una lista de las diferencias entre los números y 90, y calculó la calificación media usando la media de las diferencias.

2. Haz la lista de diferencias de Iris y úsala para calcular la media. ¿Hallaste el mismo resultado que en el problema 1c?

Multiplicación con números positivos y negativos

La expresión *4 por 6* significa 6 + 6 + 6 + 6, y el resultado es 24.

¿Qué significa *4 por −2*?

En la Sección C, conociste a Diego, que calculó:

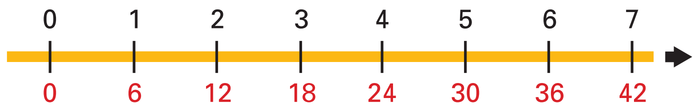
$$4 \times -2 = -2 + -2 + -2 + -2 = -8$$

En la lista de diferencias (mira el problema 2), hallaste 2 por −16, 4 por −6 y 2 por −2.

3. Usa estos números para escribir tres cálculos como el que hizo Diego con 4 × − 2.

Has visto algunos ejemplos de multiplicar por un número positivo por un número negativo. Pero ¿qué pensarías de multiplicar −4 por 6 o, aún peor, −4 por −6? ¿Cuál será el significado de multiplicar −*4 por* algo?

En matemáticas, es posible multiplicar esos dos ejemplos. Primero, observa esta mitad de la recta numérica.



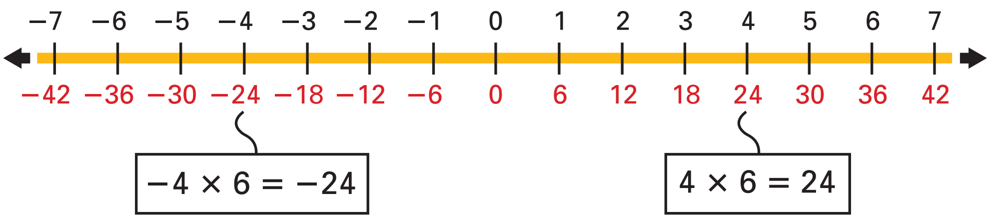
La recta tiene dos escalas. Los números de la parte inferior son múltiplos de 6.

La ilustración muestra, por ejemplo:

$$4 \times 6 = 24$$

4. Supón que esta recta continúa hacia la derecha. ¿Qué número estará justo encima de 84? ¿Y encima de 420? Escribe la multiplicación correspondiente.

Ahora continúa la recta numérica doble hacia la izquierda.



Los números negativos rojos se llaman *múltiplos negativos* de 6.

5. a. **Reflexiona** ¿Cómo puedes explicar que $-10 \times 6 = -60$?

b. ¿Crees que 6×-10 tendrá el mismo resultado?
Sí o no, ¿por qué?

6. a. Haz una recta numérica doble de manera que al 1 negro le corresponda el 8 rojo.

b. Escribe tres multiplicaciones de la forma .... × 8 = ..., usando números negativos.

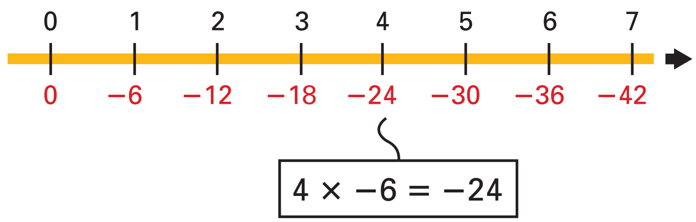
7. a. Completa la tabla de multiplicar del 11.

b. ¿Qué relación tiene el -11 de la tabla con estas multiplicaciones?

$3 \times 11 = 33$	
	-11
$2 \times 11 = 22$	
	$-\dots$
$1 \times 11 = 11$	
	$-\dots$
$0 \times 11 = 0$	
	$-\dots$
$-1 \times 11 = \dots$	
	$-\dots$
$-2 \times 11 = \dots$	
	$-\dots$
$-3 \times 11 = \dots$	

Ahora piensa en la multiplicación de números negativos.

Usa una recta numérica doble. Los números rojos son múltiplos de -6.

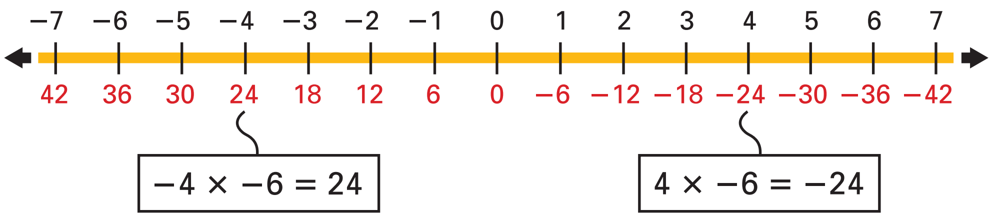


8. a. Primero, observa esta recta numérica. ¿Qué número estará debajo del 8? ¿Y debajo del 12? Escribe el enunciado de la multiplicación.

b. ¿Qué número estará encima de -60? ¿Y encima de -300?

En la siguiente recta numérica, puedes ver que los números continúan hacia la izquierda.

Si se leen de izquierda a derecha, los números que están debajo de la recta son cada vez menores, pero los números que están encima de la recta son cada vez mayores.



De modo que puedes ver que ¡los múltiplos negativos de −6 son positivos!

9. **a.** ¿Qué número le corresponde a −9? Escribe el enunciado de la multiplicación.

b. ¿Qué número le corresponde al 66? Escribe el enunciado de la multiplicación.

10. **a.** Completa la siguiente tabla de multiplicar del −8.

b. ¿Qué relación tiene el +8 de la tabla con estas multiplicaciones?

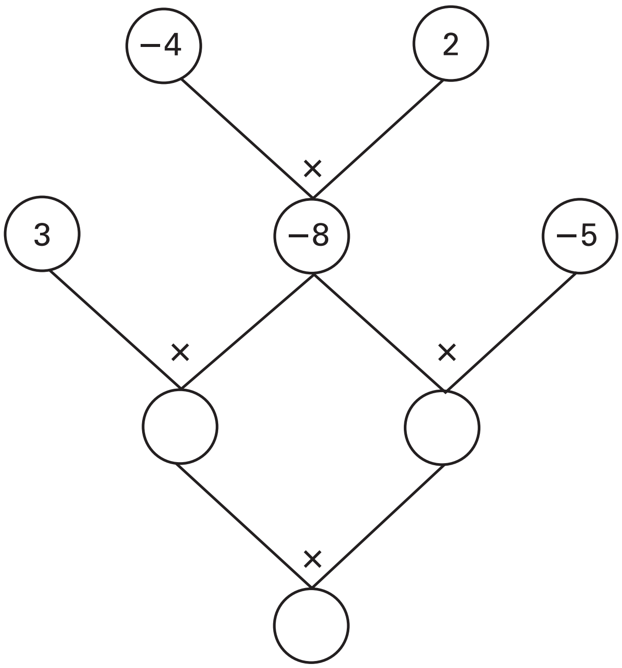
$3 \times -8 = -24$	
	+8
$2 \times -8 = -16$	
	+....
$1 \times -8 = -8$	
	+....
$0 \times -8 = 0$	
	+....
$-1 \times -8 =$ ...	
	+....
$-2 \times -8 =$ ...	
	+....
$-3 \times -8 =$ ...	

11. Completa los siguientes cálculos.

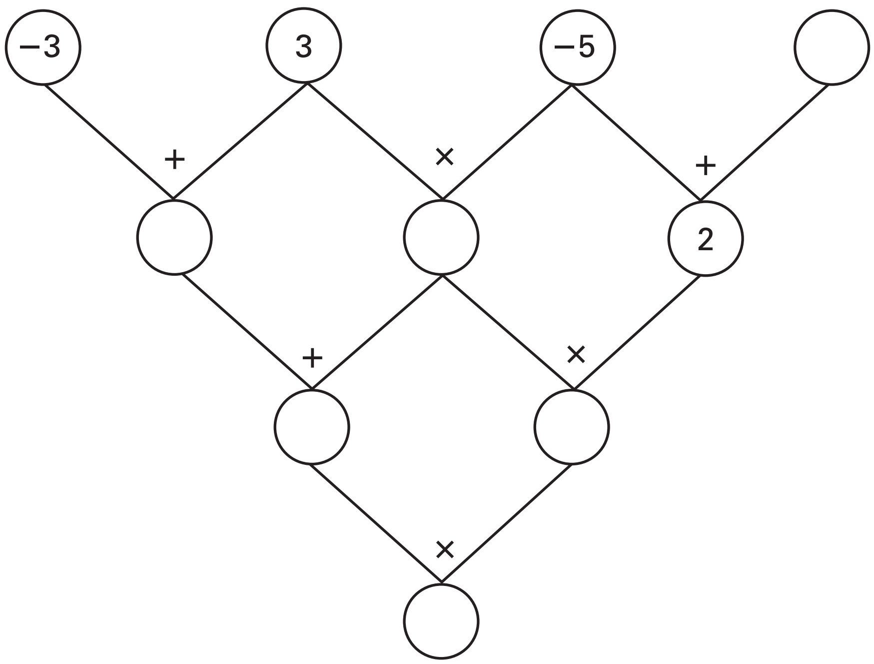
$20 \times -15 =$	$30 \times 5 =$	$10 \times 25 =$
$20 \times 15 =$	$30 \times -5 =$	$0 \times 15 =$
$-20 \times 15 =$	$30 \times -15 =$	$-10 \times 5 =$
$-20 \times -15 =$	$30 \times -25 =$	$-20 \times -5 =$

Usa la **Hoja de actividad del estudiante 3** para resolver los problemas 12 y 13.

12. Completa el árbol de multiplicación.



13. Este es un árbol con distintas clases de operaciones (+ y x). Completa este árbol.



Sumar y multiplicar

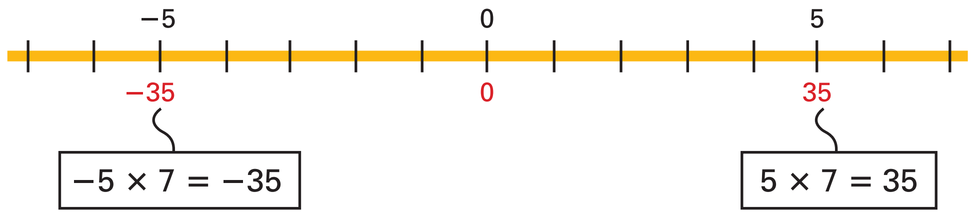
Resumen

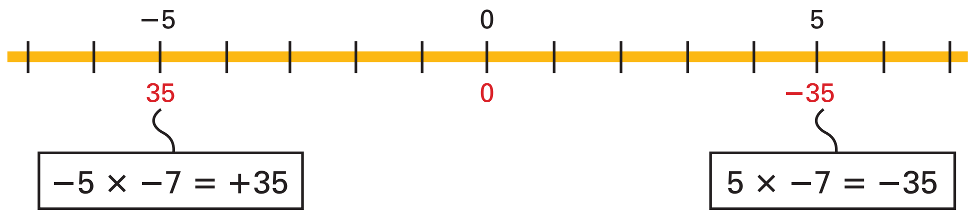
La multiplicación de un número entero positivo es lo mismo que la repetición de una suma; por ejemplo:

$5 \times 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$

$5 \times (-7) = (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) = -35$

Con la ayuda de un patrón en la recta numérica, puedes hallar los resultados de la multiplicación por un número entero negativo; por ejemplo:





Estas son cuatro reglas para la multiplicación de números enteros.

positivo × ***positivo*** = ***positivo***

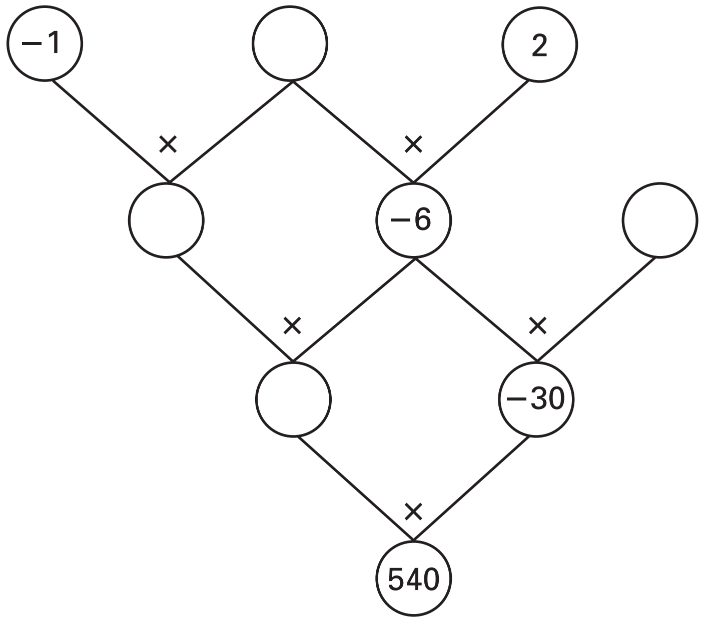
positivo × ***negativo*** = ***negativo***

negativo × ***positivo*** = ***negativo***

negativo × ***negativo*** = ***positivo***

Verifica tu trabajo

1. Copia el árbol de multiplicación y complétalo.



2. Calcula la calificación media de una prueba con los siguientes resultados. Usa una tabla de diferencias.

66	68	74	75	75	75
77	77	77	79	80	81
82	83	83	83	85	85
91	95	97	98	100	100

3. Usa las tres operaciones: suma, resta y multiplicación, y por lo menos, dos números negativos para hacer una cadena de cálculos para cada uno de los números desde -1 hasta -10 (por ejemplo, $(-2 \times 5) - (-4) + 5 = -1$).
Pídele a un compañero que verifique tus respuestas.

Para reflexionar más

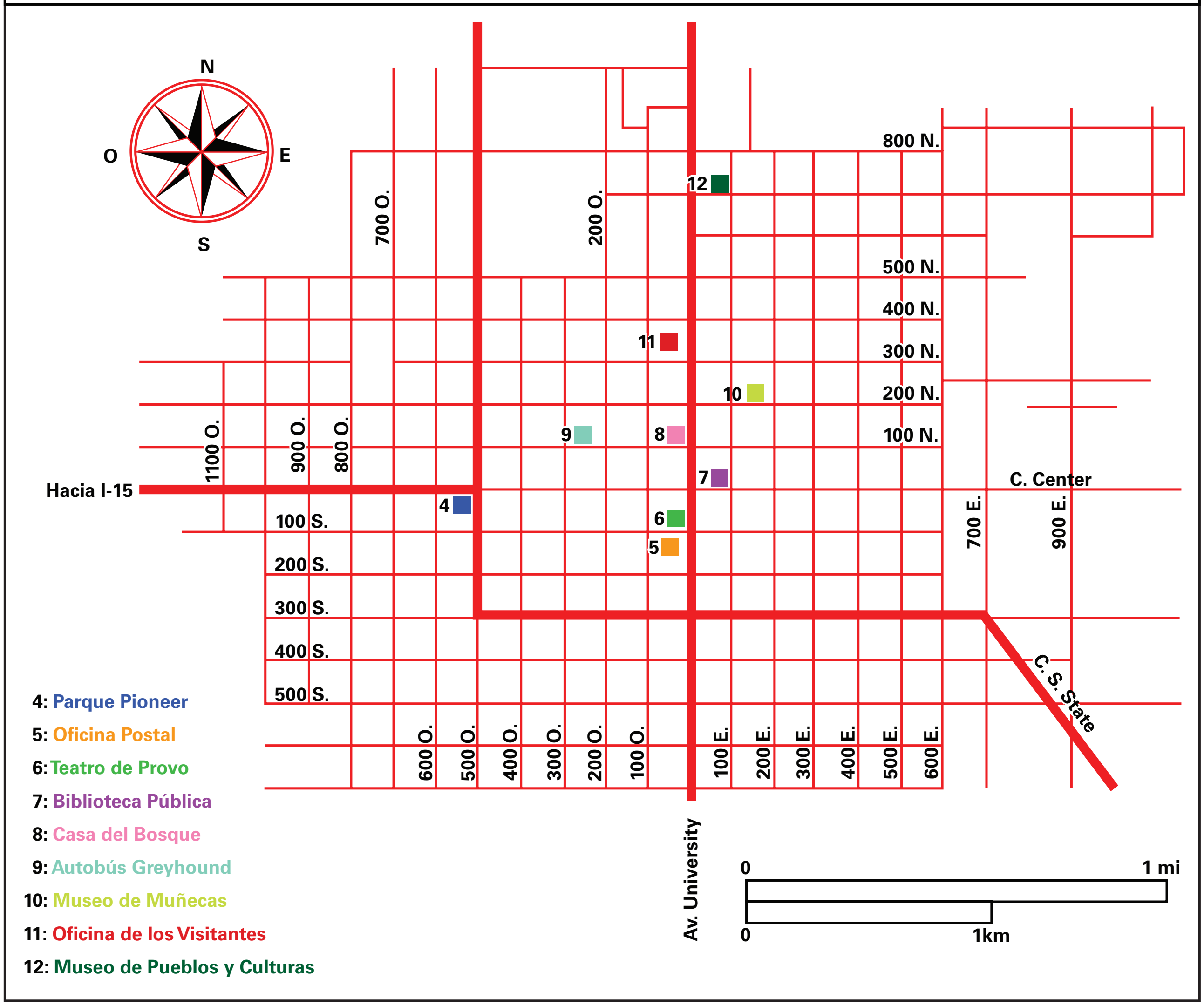
Escribe una carta a un amigo en la que le expliques las reglas de la multiplicación de los números positivos y negativos.

E Operaciones y coordenadas

Direcciones

Diego invita a algunos amigos a quedarse a dormir en su casa. —Es muy fácil llegar —les dice—. Del parque Pioneer, caminan tres cuadras al este y luego dos al sur. Allí está mi casa.

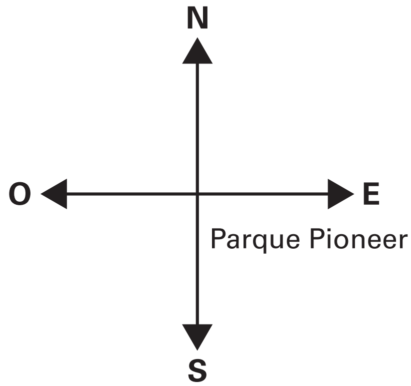
Centro de Provo, Utah



1. Las direcciones que Diego dio se pueden escribir como (E 3, S 2).
   a. Usa la misma notación para dar direcciones desde el parque Pioneer hasta el Museo de Pueblos y Culturas.
   b. Usa la misma notación para dar direcciones desde la Biblioteca Pública hasta el Museo de Pueblos y Culturas. Comienza con la dirección para este u oeste y luego indica la dirección para norte o sur.

Ahora que Diego ha aprendido los números positivos y negativos, decide cambiar su sistema. “Si el parque Pioneer es mi punto de partida, puedo usar números positivos para ir al este y números negativos para ir al oeste, y luego, números positivos para ir al norte y negativos para ir al sur, como si estuviera usando dos rectas numéricas perpendiculares.”

Este es el esquema de Diego.



2. Usa la notación nueva para dar direcciones desde el parque Pioneer hasta la casa de Diego.

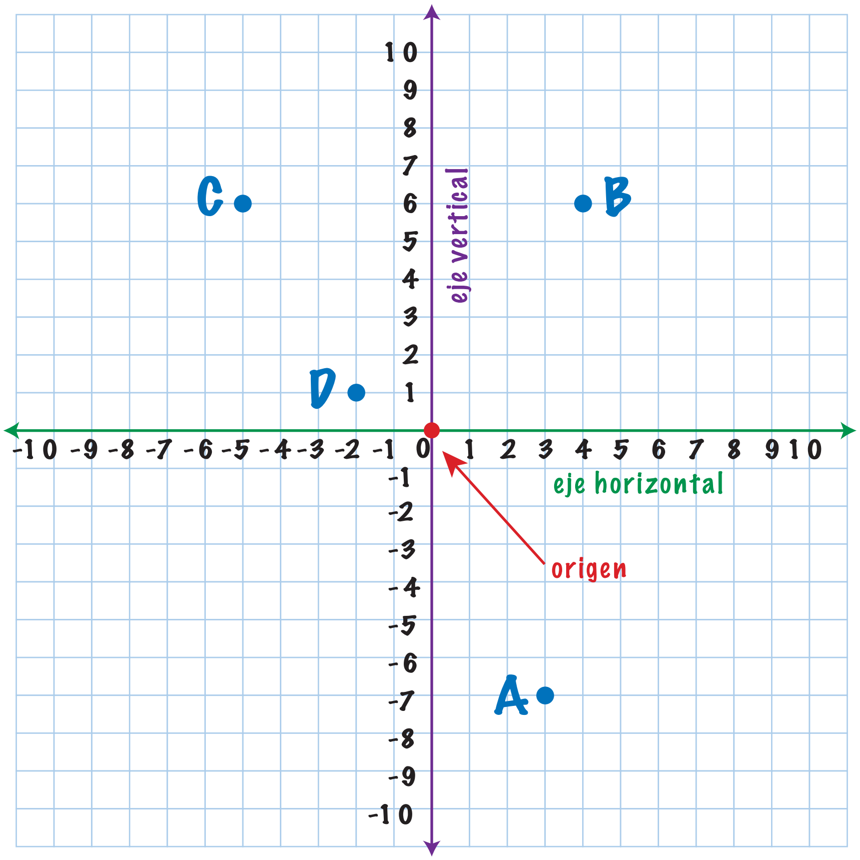
3. a. ¿Qué direcciones indican (+2, −1) en la notación de Diego?
   b. ¿Qué significa (0, 0) en la notación de Diego?

4. ¿Podrías usar (−8, −5) para dar direcciones en tu ciudad? Explica, sí o no, ¿por qué?

Cambio de figuras

Para expresar la ubicación de puntos en una cuadrícula, es útil que todo el mundo use el mismo lenguaje y la misma notación. Primero, es necesario que elijas un punto de partida.

Los matemáticos y los científicos usan una cuadrícula con un punto de partida llamado **origen** y un **eje horizontal** y uno **vertical** con números muy parecidos a la recta numérica horizontal y vertical. Este tipo de cuadrícula se llama **sistema de coordenadas.** Los números positivos y negativos de los ejes pueden extenderse todo lo que quieras.



En el sistema de coordenadas, las **coordenadas** del punto *A* se escriben (3, −7). Nota que primero vas en dirección horizontal y empiezas a contar en (0, 0), el *origen*. El signo + para los números positivos generalmente no se escribe, se sobreentiende.

5. **a.** ¿Cómo podrías describir la ubicación de los puntos *B* y *C*?

b. ¿Por qué tiene sentido usar las coordenadas (0, 0) para el origen?

6. ¿Es (−2, 1) el mismo punto que (1, −2)? Explica tu razonamiento.

7. Traza tu propio sistema de coordenadas. Usa papel cuadriculado.

   a. Traza el eje vertical y el horizontal de 10 unidades de largo. Coloca una escala de números en cada eje y un 0 en el origen.

   b. En el sistema de coordenadas, marca los siguientes puntos.

   (1, 1), (3, 3), (2, −1), (−2, −1), (−3, 1), (−4, 0), (−3, 2),

   (−2, 2), (−1, 1)

   Conecta los puntos en orden, empezando y terminando en (1, 1). Para completar tu dibujo, agrega un ojo.

Usa la **Hoja de actividad del estudiante 4** para resolver los problemas del 8 al 12.

8. a. En el sistema de coordenadas, marca los siguientes puntos. Recuerda que la primera coordenada del par nombra una posición que va a la derecha o a la izquierda en dirección horizontal y la segunda coordenada nombra una posición que asciende o desciende en dirección vertical.

   (1,1), (5,1), (6,2), (7,2), (7,1), (8,1), (9,2),

   (9,4), (7,4), (6,5), (5,5), (1,3), (0,3), (1,1)

   b. Conecta los puntos en el orden que se muestra en 8a. ¿Cuál es el resultado?

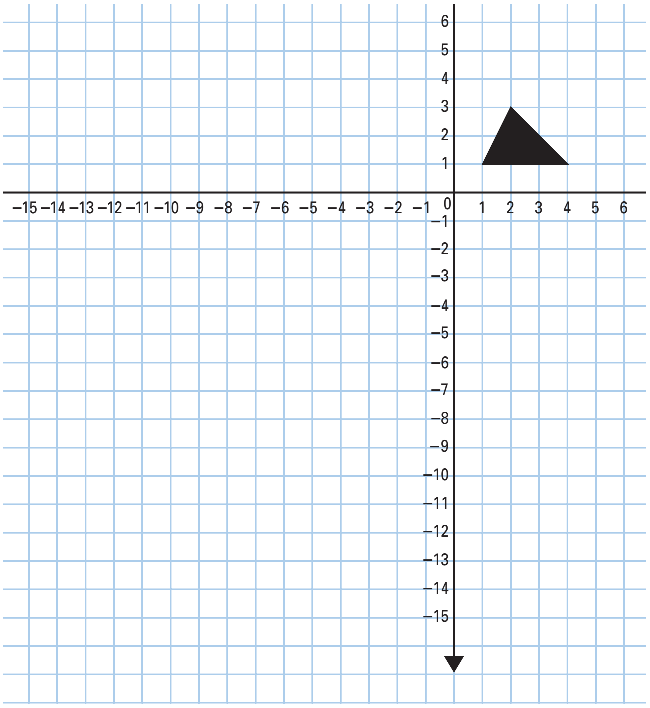
Para los problemas 9 y 10, predice lo que pasará con el dibujo que hiciste en el problema 8. Verifica tu predicción haciendo un dibujo nuevo. En cada problema, empieza con el dibujo que hiciste en el problema 8.

9. Suma −10 a la primera coordenada de cada punto. ¿Qué sucede?

10. Suma 2 a la primera coordenada y suma −5 a la segunda coordenada de cada punto. ¿Qué sucede?

11. ¿Qué deberías hacerles a las coordenadas si quieres mover el dibujo tres unidades hacia arriba y cinco unidades hacia la derecha?

12. ¿Qué deberías hacerles a las coordenadas si quieres que el dibujo sea dos veces más grande?



13. En una nueva copia de la **Hoja de actividad del estudiante 4**, traza el triángulo que se muestra en la gráfica. A la izquierda se muestra sólo una parte de la gráfica.

a. ¿Cuáles son las coordenadas de cada **vértice**?

b. Multiplica todas las coordenadas por −3. ¿Cuáles son las nuevas coordenadas de los vértices?

c. Traza la figura nueva en el mismo sistema de coordenadas. Describe cómo se relaciona la figura nueva con la original.

Carrie se pregunta qué pasaría con la figura que hizo en el problema 13 si multiplicara las coordenadas por −3 por segunda vez. Esto es lo que creen algunos de sus compañeros.

Juan dice: "Quedaría boca abajo y tres veces más grande".
Mauri dice: "Supongo que sería nueve veces más grande".
Taye dice: "Creo que se convertiría en la primera figura".
Emilia dice: "Las coordenadas del punto superior serían (9, 8)".

14. a. **Reflexiona** Haz comentarios sobre el razonamiento de cada uno de los cuatro compañeros de Carrie.

b. Escribe todo lo que sepas sobre lo que le pasará a la figura.

15. a. ¿Qué le pasaría al triángulo que trazaste en el problema 13a si multiplicaras sólo la primera coordenada por −3 y la segunda se mantuviera igual?

b. ¿Qué le pasaría al triángulo que trazaste en el problema 13a si la primera coordenada se mantuviera igual y multiplicaras sólo la segunda coordenada por −3?

Gil, Lashonda y Gregorio están comentando sobre la manera como podrían encoger un triángulo.

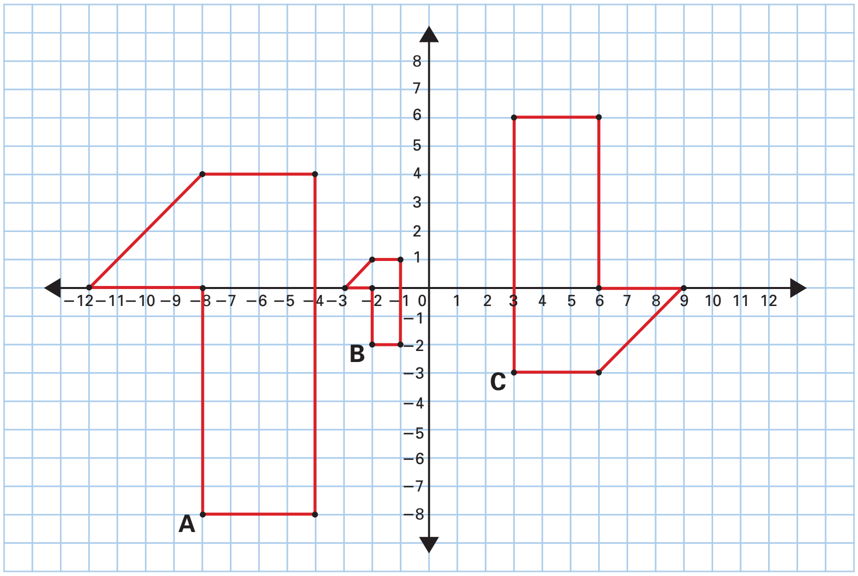
Gil dice: "Podrías multiplicar las coordenadas por -2".

Lashonda dice: "Eso no es correcto. Tendrías que multiplicar las coordenadas por $\frac{1}{2}$".

Gregorio dice: "¿Por qué no multiplicas por $-\frac{1}{2}$?".

16. ¿Cuál(es) de estos enunciados crees que es(son) correcto(s)?

En el siguiente sistema de coordenadas se han trazado tres figuras. Usa otra copia de la **Hoja de actividad del estudiante 4** para resolver los problemas del 17 al 19.



17. a. Elige una de las figuras A, B o C. Describe cómo puedes obtener otras dos figuras a partir de la que elegiste, multiplicando o dividiendo las coordenadas de todos los puntos de esa figura.

b. Verifica tu respuesta y muestra cómo la verificaste.

En los problemas 18 y 19, multiplicarás una figura por un número. Esto significa que multiplicarás las coordenadas de todos los puntos por ese número.

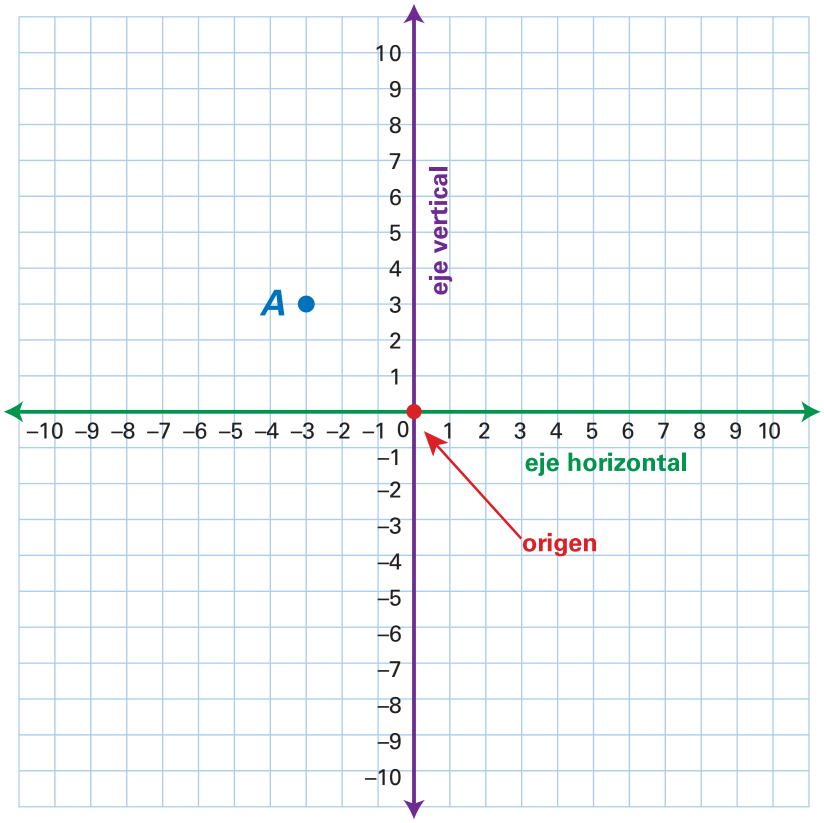
18. Empieza con la figura B y multiplícala por -1. Traza la nueva figura en otra copia de la **Hoja de actividad del estudiante 4** y llámala D.

19. Multiplica la figura D por -1. ¿Qué observas? ¿Qué te dice esto sobre -1×-1?

E Operaciones y coordenadas

Resumen

Puedes usar un sistema de coordenadas para ubicar puntos en una cuadrícula. El origen es el punto de intersección del eje horizontal y el eje vertical, que son rectas numéricas perpendiculares. Se puede ubicar cada punto usando dos coordenadas que digan dónde está localizado en relación con el origen. Las direcciones positivas están hacia arriba y hacia la derecha; las direcciones negativas están hacia abajo y hacia la izquierda.



Puedes cambiar la posición de una figura trazada en un sistema de coordenadas sumando o restando un número a cada coordenada, o multiplicando o dividiendo las coordenadas por un número. Para poder hacerlo, es necesario que recuerdes las reglas de estas operaciones.

Verifica tu trabajo

1. a. Dibuja tu propio sistema de coordenadas en papel cuadriculado trazando un eje vertical y uno horizontal de 14 unidades de largo. Coloca una escala de números en cada eje que empiece con 0 en el origen. Marca los siguientes puntos y conéctalos con segmentos de recta en este orden.

   $(-5, 0)$, $(-2\frac{1}{2}, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, 3)$, $(1, 6)$, $(1, 3)$, $(2, 1)$, $(7, 1)$, $(5, 0)$

   b. Usa el eje horizontal como espejo y traza la otra mitad de la imagen de un pájaro en vuelo.

   c. Escribe las coordenadas de los puntos que marcaste en el problema 1c.

2. ¿Crees que el siguiente enunciado es siempre verdadero? Da una explicación para tu respuesta.

   "Si multiplicas o divides las coordenadas de una figura por un número, el tamaño siempre se modifica."

3. Supón que se multiplica una figura llamada A por $+2$ y el resultado se llama figura B. Luego la figura B se multiplica por -1 y el resultado se llama figura C; y la figura C se multiplica por $+\frac{1}{2}$ y el resultado se llama figura D. ¿Cómo podrías hallar la figura D directamente a partir de A?

Para reflexionar más

¿Cómo puedes reducir una figura multiplicándola?

Práctica adicional

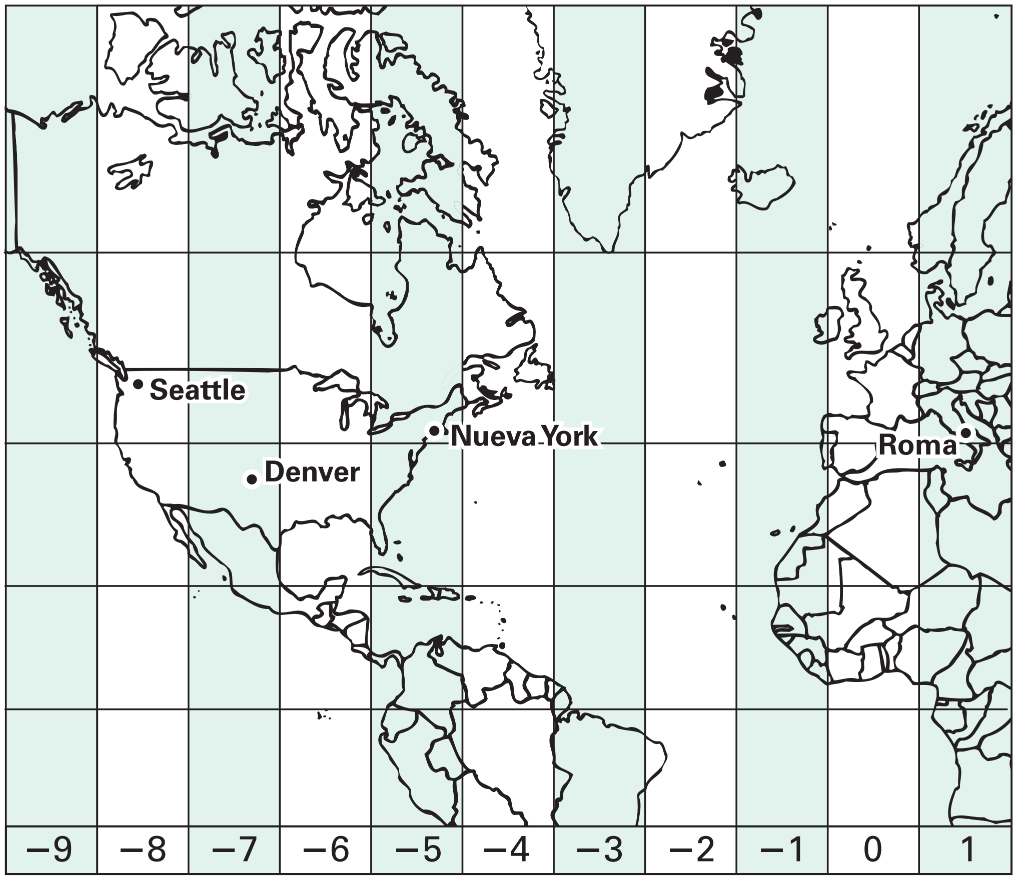
Sección A Positivo y negativo

Sharon Taylor es una vendedora de una fábrica de juguetes. Para vender los juguetes de su compañía a distintas tiendas, tiene que viajar a menudo. Sharon está volando desde Nueva York hasta Seattle para una reunión con una cadena minorista.

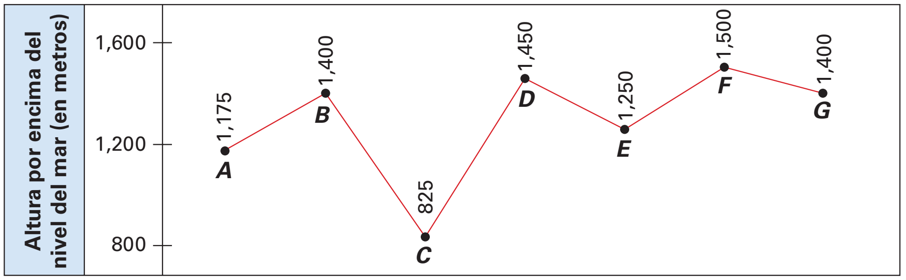
1. El avión de Sharon salió de Nueva York a las 3:00 p.m. De Nueva York a Seattle hay seis horas de vuelo. ¿Qué hora será cuando llegue a Seattle?

Luego de su viaje a Seattle, Sharon regresará a Nueva York. Quiere programar una conferencia telefónica con un minorista de juguetes italiano, en Roma. Sharon trabaja todos los días de 9:00 a.m. a 5:00 p.m. Los minoristas italianos también trabajan de 9:00 a.m. a 5:00 p.m.

2. ¿Para cuándo puede programar Sharon la conferencia telefónica?



Un grupo está planeando una excursión desde el punto *A* hasta el punto *G* del siguiente mapa.



Alguien del grupo dice: "¡Ah!, al final, vamos a estar sólo unos cien metros más arriba. No parece una caminata difícil". Como guía de la excursión, tú decides si sería útil explicar cuánto tendrán que escalar.

3. a. ¿Cuántos metros son la diferencia de altura entre el punto *A* y el punto *B*? ¿Cuántos metros desciende el grupo entre el punto *B* y el *C*?

b. Completa la tabla que muestra cuántos metros tendrán que ascender y descender los escaladores. Usa + para el ascenso y – para el descenso.

	Altura (en m)	Ascenso	Descenso	
A	1,175			
B	1,400	+225		
C	825		–575	
D	1,450			
E	1,250			
F	1,500			
G	1,400			
Total		+	–	=

c. ¿Cuál es el total en las columnas "Ascenso" y "Descenso"? ¿Qué significa esto para la diferencia de altura entre los puntos *A* y *G*?

d. Usa la tabla que hiciste en el problema 3b para determinar si esta es una caminata difícil. Da razones matemáticas que apoyen tu respuesta. Si quieres, puedes usar la regla general: en 1 m hay cerca de 3 ft.

Sección B Caminar por la recta numérica

Dibuja una recta numérica de exactamente 14 cm de largo. Usa tu regla. Coloca −7 en el extremo izquierdo de la recta numérica, +7 en el extremo derecho y 0 en el medio.

1. **a.** Usa una flecha para indicar −4 en la recta numérica.

   b. Usa una flecha para indicar 2.8 en la recta numérica.

   c. ¿Cuál es la distancia entre −4 y 2.8?

2. El punto más bajo de Washington, D. C., es +0.3 m, y el punto más bajo de Luisiana es −2.4 m. ¿Cuál es la diferencia de altura entre estos dos puntos?

3. **a.** Usa una notación corta para escribir "siete negativo es menor que dos positivo".

   b. Plantea enunciados verdaderos usando $<$ o $>$ o $=$.

$+75$ ____ $+57$	-100 ____ $+10$	$5\frac{3}{4}$ ____ 5.75
-3 ____ $+3$	-100 ____ -1000	$-2\frac{1}{2}$ ____ $-2\frac{2}{5}$

4. Durante la noche, la temperatura en Bergen, Noruega, fue de −8 grados Celsius. Durante el día, la temperatura subió hasta un máximo de +4 grados Celsius. ¿Cuánto subió la temperatura?

5. Completa lo siguiente.

   a. −25 SUMA 17 → ____

   b. 25 SUMA −17 → ____

   c. 25 RESTA 25 → ____

   d. 25 RESTA −25 → ____

   e. −25 RESTA ____ → 50

Sección C Calcular con números positivos y negativos

1. Completa los espacios.

   a. Sumar 8 da el mismo resultado que restar ______.

   b. Restar 10 da el mismo resultado que sumar ______.

   c. $15 - (-3) =$ ____

   d. $15 +$ ____ $= 18$

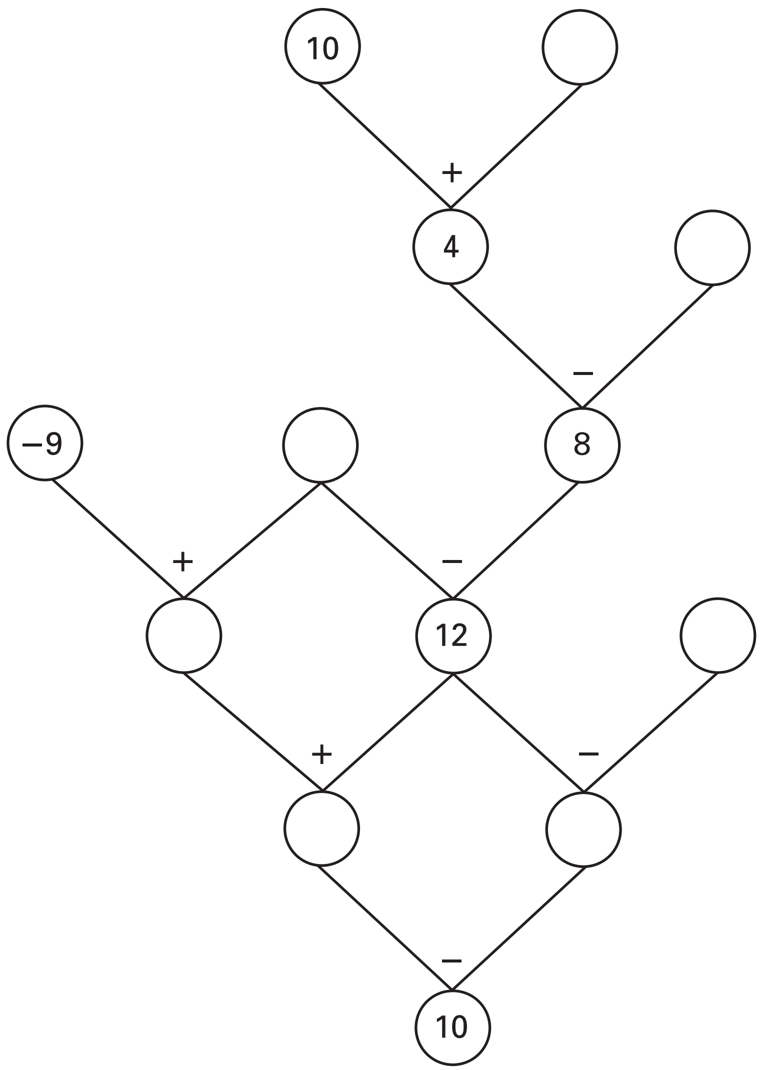
Esta es una lista de las temperaturas altas de una semana en grados Celsius, en la estación de telesquí.

Día	D.	L.	M.	Miérc.	J.	V.	S.
Temperatura alta (°C)	−7	−5	−5	−3	−5	−7	−6

2. Calcula la temperatura media alta de esa semana en la estación. Muestra tu trabajo.

3. Los siguientes árboles usan suma y resta. Copia y completa el árbol de izquierda a derecha.

Si el signo es negativo (−), debes restarle el número de la derecha al número de la izquierda.



Sección D Sumar y multiplicar

1. ¿Son siempre verdaderos los siguientes enunciados? Si no lo son, muestra ejemplos para los cuales el enunciado no es verdadero.
   a. Un número positivo multiplicado por un número positivo da un número positivo.
   b. Un número positivo sumado a un número negativo da un número positivo.
   c. Un número negativo multiplicado por un número negativo da un número positivo.

Los estudiantes de la clase de la señora Makuluni han medido sus pulsaciones durante un minuto mientras estaban sentados en sus pupitres. Estos son los resultados.

34	35	35	36	35	36
33	37	32	34	36	34
30	37	34	38	33	35
31	35	36	33	38	37

2. a. Haz una lista de las diferencias positivas y negativas de 35.
   b. La pulsación media, medida durante medio minuto, ¿es más de o menos de 35? Muestra tu trabajo.

3. Completa los cálculos de las dos tablas.

Tabla 1

+	−8	−5	−2	1	4.5
6					
2		−3			
−2					
−6					
−10					

Tabla 2

×	−8	−5	−2	1	4.5
6					
2					
−2					
−6		30			
−10					

4. Escribe cinco cálculos distintos usando números positivos y negativos.

   También se permiten fracciones y números decimales.
   Puedes usar suma, resta y multiplicación.
   ¡No hagas problemas demasiado difíciles! Debes incluir una lista con las respuestas correctas de tus cálculos.

Sección E Operaciones y coordenadas

Usa papel cuadriculado en los problemas del 1 al 5.

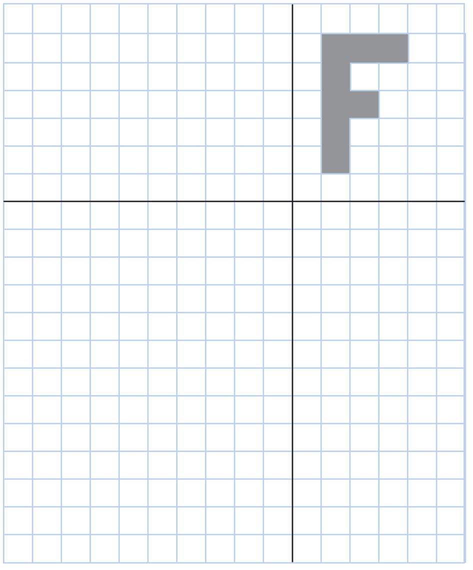
1. a. Traza un sistema de coordenadas. Colócale una escala de números y marca 0 en el origen.

   b. En el sistema de coordenadas, marca estos puntos: A (−1, −2), B (3, −2), C (4, 1) y D (0, 1).

   c. Conecta los puntos en orden alfabético.

2. ¿Cuáles son las nuevas coordenadas de tu figura si la mueves tres espacios a la izquierda y también tres espacios hacia arriba? Escribe las coordenadas y traza la nueva figura en el mismo sistema de coordenadas que hiciste en el problema 1.

3. En la **Hoja de actividad del estudiante 5,** ves el dibujo de una letra F en un sistema de coordenadas.



   a. Multiplica la primera coordenada de todos los puntos de la letra F por −2 y mantén igual la segunda coordenada. Traza la figura nueva en el mismo sistema de coordenadas y rotúlala A. Usa una regla.

   b. Ahora mantén igual la primera coordenada de todos los puntos de la letra F y multiplica la segunda por −2. Traza la figura nueva en el sistema de coordenadas y rotúlala B.

   c. ¿Cómo cambió la forma de la letra F original en las partes **a** y **b**?

   d. ¿Qué sucede si multiplicas ambas coordenadas de la letra F original por −2? Haz un dibujo que apoye tu razonamiento.

Respuestas para verificar tu trabajo

Sección A Positivo y negativo

1. No, el viaje de vuelta desde Seattle no dura más. Comenta tu respuesta con un compañero. Ejemplo de explicación:

La aerolínea usa la hora local para la partida y la llegada. Hay dos horas de diferencia entre Seattle y Minneapolis. De modo que cuando son las 11:45 a.m. en Seattle, es la 1:45 p.m. en Minneapolis. El tiempo de vuelo fue de $3\frac{1}{2}$ horas en ambas direcciones.

2. Ejemplos de situaciones en que puedes usar números positivos y negativos:

a. Números que están por debajo y por encima del cero en la escala de un termómetro de grados Celsius. Los que están por debajo del cero son negativos (−) y los que están por encima de cero son positivos.

b. Ganancia o pérdida de distancia en yardas en un partido de fútbol americano. Se usa (+) para la ganancia y (−) para la pérdida.

c. Deuda de dinero (−) y obtención de dinero (+).

d. Altura del agua en un lago comparada con un nivel establecido (0). Se usa (−) si el nivel ha descendido por debajo del nivel establecido y (+) si ha ascendido por encima del nivel establecido.

e. Si tu ejemplo no está mencionado aquí, compártelo con toda la clase.

3. a. La distancia entre el punto más alto (8,850 m) y el punto más bajo (−11,000 m) de la lista es 19,850 m.

b. No, no puedes usar la escala 1:100. La escala 1:100 indica que 1 cm en el dibujo es igual a 100 cm o 1 m en la realidad. La longitud de la escala sería de 19,850 cm (o 198.5 m, ¡lo que es realmente largo!). Nota que en un dibujo a escala, también puedes usar números negativos.

4. **a.** Llegarías a un lugar más bajo que el lugar de donde saliste. El ascenso total (+) es menor que el descenso total (−).

b. Terminas 30 m por debajo del punto de partida. Ejemplo de estrategia:

Cancela + 37 (ascenso) y − 37 (descenso)

+ 230 (ascenso) y − 130 (descenso) dan como resultado + 100

+ 100 y + 110 y + 140 dan como resultado + 350

+ 350 y − 340 dan como resultado + 10

+ 10 y − 40 dan como resultado −30

Puede ser útil usar un dibujo que muestre cuánto asciendes y cuánto desciendes.

Sección B Caminar por la recta numérica

1. **a.** De izquierda a derecha deben colocarse los siguientes números: −40; −22; 25.

b. Puedes tener muchas respuestas distintas. Comenta tu respuesta con un compañero. Ejemplo: −45 y 30.

2. **a.** $-24 < 14$ — veinticuatro negativo es menor que catorce

b. $-2000 < 2000$ — dos mil negativo es menor que dos mil (o 2000)

c. $-101 < -100$ — ciento uno negativo es menor que cien negativo

d. $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$ — un cuarto es mayor que un quinto

3. **a.** SALIDA 6
SUMA −9
LLEGADA −3

b. Comenta tus respuestas con un compañero. Ejemplos de respuesta:

SALIDA −2	SALIDA −2
SUMA −8	RESTA −4
LLEGADA −10	LLEGADA 2.

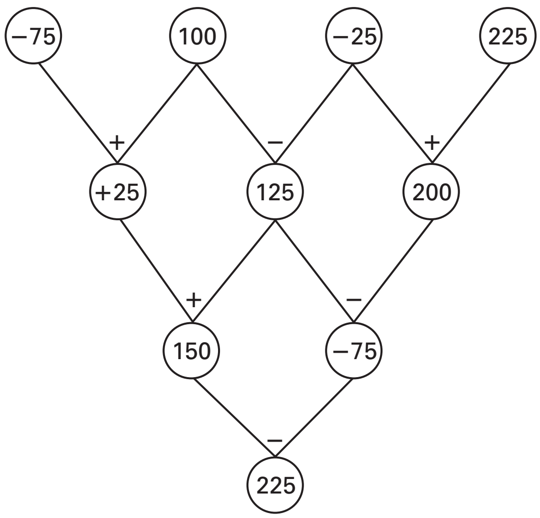
4. Es útil usar una recta numérica.

−30 (SUMA 90) → 60   85 (RESTA 100) → −15

−90 (SUMA 30) → − 60   −42 (RESTA −42) → 0

Sección C Calcular con números positivos y negativos

1. Recuerda que si el signo es "−", debes restarle el número que está encima, a la derecha, al número que está encima, a la izquierda.



2. **a.** Es posible encontrar respuestas diferentes. Ejemplos de respuesta:

Hay cuatro −3, tres −2, un −1 y dos 2. Debes multiplicar cada temperatura por el número de veces que se repite y sumar los productos. Luego divide por 10 para hallar la temperatura media.

b. $(4 \times -3) + (3 \times -2) + (1 \times -1) + (2 \times 2) =$
$-12 + -6 + -1 + 4 = -15$
$-15 \div 10 = -1.5$

La temperatura media es −1.5°C.

3. **a.** Siempre es verdadero. Si partes de la derecha y sumas un número positivo, te alejas más hacia la derecha en la recta numérica. Ejemplo: 30 + 60 = 90

   b. Siempre es verdadero. Si partes de la izquierda y sumas un número negativo, te alejas más hacia la izquierda en la recta numérica. Ejemplo: − 5 + (− 10) = − 15

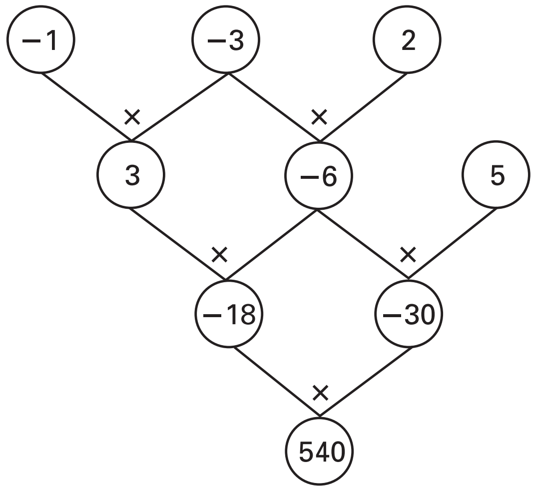
   c. No siempre es verdadero. Ejemplo: 6 + (− 10) = − 4

   Nota que en caso de un enunciado que "no siempre es verdadero", necesitas dar sólo un "contraejemplo" para mostrar que el enunciado no es verdadero.

   d. Siempre es verdadero. Restar un número negativo da el mismo resultado que sumar un número positivo. De modo que si partes de la derecha, te alejas hacia la derecha. Ejemplo: 30 − (− 20) = 50

Sección D Sumar y multiplicar

1.



2. Primero, haz una lista de diferencias de la media estimada. Supón que estimaste que la media es 80.

−14	−12	−6	−5	−5	−5
−3	−3	−3	−1	0	+1
+2	+3	+3	+3	+5	+5
+11	+15	+17	+18	+20	+20

Usa cualquier método para calcular el total de todas las diferencias: +66.

Ahora sabes que la media está por encima de 80, ya que +66 es positivo.

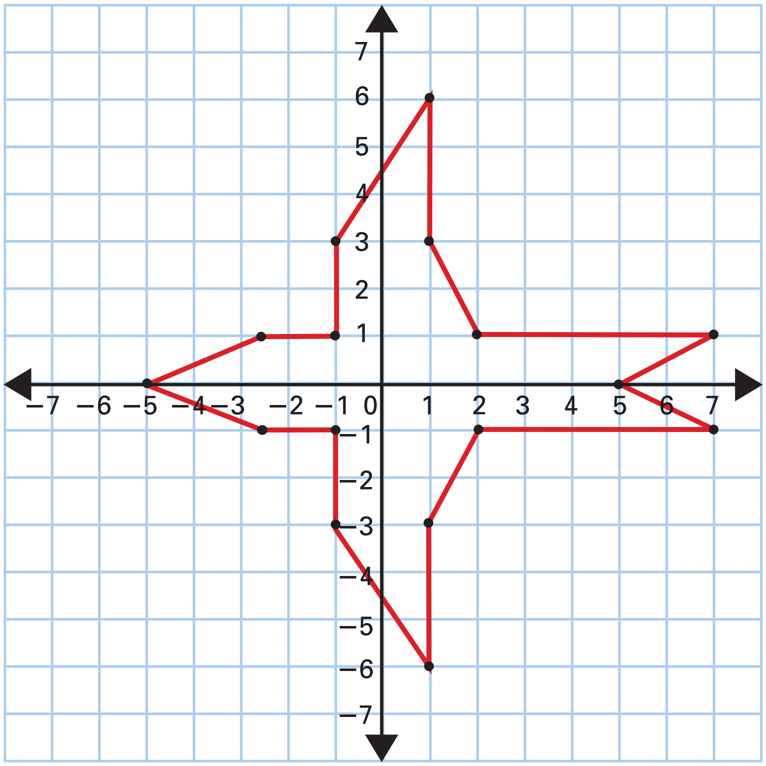
$66 \div 24 = 2.75$

La calificación media es $80 + 2.75 = 82.75$.

3. Pídele a un compañero que verifique tus respuestas. Si no estás de acuerdo, pregúntale a tu maestro.

Sección E Operaciones y coordenadas

1. a. y b.



c. $(-2\frac{1}{2}, -1)$ $(-1, -1)$ $(-1, -3)$ $(1, -6)$ $(1, -3)$ $(2, -1)$ $(7, -1)$

2. Compara tu respuesta con la de un compañero. No, el enunciado no siempre es verdadero. Ejemplo de respuesta:

El tamaño de la figura siempre se modificará, excepto si multiplicas todas las coordenadas por 1 o -1.

3. Puedes obtener la figura D multiplicando las coordenadas de la figura A por -1. Si no hallaste la respuesta a esta pregunta, inventa un ejemplo de figura A. Podrías trazar la figura A como un rectángulo y luego trazar las figuras B, C y D siguiendo las instrucciones.

Hacer cada multiplicación por separado da el mismo resultado que multiplicar todos los números y luego hacer esa modificación en la figura.

$$2 \times -1 \times \frac{1}{2} = -1$$